



INGRESO 2027 | Cuadernillo

RAZONAMIENTO LÓGICO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Articulación con
Enseñanza Secundaria

Dirección de Educación Superior
Dirección de Planificación de la Calidad Educativa

Índice



3

Introducción

4

Resolver problemas que involucren operaciones con números racionales, proporciones, porcentajes y razones, aplicando criterios de cálculo y estimación.

El sistema de numeración decimal

LOS CONJUNTOS NUMÉRICOS

El conjunto de los números Naturales

El conjunto de los números Enteros

El conjunto de los números Racionales

Fracciones

Expresiones Decimales

Operaciones y Propiedades

Porcentaje

RAZONES Y PROPORCIONES

Razón

Proporción

27

Interpretar y producir representaciones algebraicas, gráficas y tabulares de funciones lineales y cuadráticas, reconociendo sus propiedades y comportamientos.

SISTEMA DE REFERENCIA

El plano Cartesiano

Función

Dominio, Codominio, imagen. Formas de representación

Función Afín

Función de proporcionalidad directa

Función de proporcionalidad inversa

Función Cuadrática

Recurso tecnológico



45 Resolver ecuaciones e inecuaciones lineales en contextos diversos, justificando procedimientos y resultados.

Introducción

ECUACIONES

Ecuaciones de primer grado

Ecuaciones con valor absoluto o modulares / Inecuaciones

52 Analizar situaciones geométricas que involucren semejanza, perímetro, área y relaciones trigonométricas en triángulos rectángulos.

SEMEJANZA

Criterios de Semejanza

PERÍMETRO Y ÁREA

Perímetro

Área

TRIÁNGULOS

Clasificación

Teorema de Pitágoras

Recursos Tecnológicos

66 Interpretar y comunicar información estadística y probabilística mediante gráficos, medidas de tendencia central y análisis de datos en contextos reales.

Estadística

Población – Muestra

Variables Estadísticas

Frecuencias

Medidas Centrales

Probabilidad

Bibliografía 1

77 Ejercicios Prácticos.

Resolver problemas que involucren operaciones con números racionales, proporciones, porcentajes y razones, aplicando criterios de cálculo y estimación

Interpretar y producir representaciones algebraicas, gráficas y tabulares



de funciones lineales y cuadráticas, reconociendo sus propiedades y comportamientos.

Resolver ecuaciones e inecuaciones lineales en contextos diversos, justificando procedimientos y resultados.

Analizar situaciones geométricas que involucren semejanza, perímetro, área y relaciones trigonométricas en triángulos rectángulos.

Interpretar y comunicar información estadística y probabilística mediante gráficos, medidas de tendencia central y análisis de datos en contextos reales.



INTRODUCCIÓN

La Matemática forma parte de muchas situaciones de la vida cotidiana y constituye una herramienta fundamental para comprender, analizar y resolver problemas. Al comenzar tus estudios en el Nivel Superior, vas a encontrarte con nuevos desafíos que requerirán poner en juego tus conocimientos, tu capacidad de razonamiento y diferentes estrategias para encontrar soluciones.

No se trata solamente de realizar cálculos o aplicar fórmulas. Aprender Matemática implica interpretar situaciones, establecer relaciones, argumentar, estimar resultados y comunicar con claridad los procedimientos utilizados. Resolver un problema también supone pensar, probar diferentes caminos, revisar errores y justificar las decisiones tomadas.

Este cuadernillo te acompañará en el ingreso al Nivel Superior y tiene como objetivo fortalecer conocimientos y habilidades matemáticas fundamentales para tu trayectoria académica. Vas a trabajar con números racionales, razones, proporciones y porcentajes; funciones y sus diferentes formas de representación; ecuaciones e inecuaciones; conceptos geométricos y relaciones en los triángulos; y herramientas para interpretar información estadística y probabilística.

Las actividades propuestas te invitarán a recuperar saberes previos, resolver situaciones en distintos contextos, analizar procedimientos y construir nuevas formas de pensar. Porque la Matemática no consiste solo en llegar a un resultado: también implica comprender cómo y por qué se llega a él.

¡Te invitamos a comenzar este recorrido y a descubrir en la Matemática una herramienta para pensar, comprender y resolver los desafíos que se presenten en tu formación!

Capacidad: Resolver problemas que involucren operaciones con números racionales, proporciones, porcentajes y razones, aplicando criterios de cálculo y estimación

Contenidos:

- Propiedades de números racionales y su representación.
- Proporciones, razones y porcentajes.
- Técnicas de cálculo y estimación.
- Modelización de situaciones y operaciones mediante números racionales

Aprendizajes Base:

- Registro, comparación e interpretación de Números Racionales.
- Elección y justificación del uso del tipo de cálculo (mental, escrito exacto, escrito aproximado, asistido con calculadora) y de la forma de expresar los Números Racionales involucrados, evaluando la razonabilidad del resultado de acuerdo a la necesidad que impone el problema.

COMENZAMOS...

SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

Un sistema de numeración es un conjunto de símbolos y reglas que permiten representar cantidades, escribir y leer números de forma coherente. Cada sistema tiene su propio conjunto de símbolos (llamados dígitos) y reglas de generación que determinan cómo se construyen los números válidos y el valor que tiene cada símbolo según su posición. El sistema más conocido es el decimal, que usa diez símbolos (0 al 9) y tiene base 10.

El sistema decimal de numeración utiliza diez elementos o símbolos llamados, individualmente,

dígitos: {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9}, con ellos podemos representar cualquier número.

El sistema decimal es posicional porque el valor de cada dígito depende de la posición que ocupa en el número. Por ejemplo, el 6 no tiene el mismo valor en los siguientes números:

756 el dígito 6 ocupa el lugar de las unidades.

614 el dígito 6 ocupa el lugar de las centenas y 6 centenas son 600 unidades.

60 el dígito 6 ocupa el lugar de las decenas y 6 decenas son 60 unidades

Los números se separan en grupos de tres cifras comenzando por la derecha. Cada grupo se compone de unidades, decenas y centenas, respectivamente. Por ejemplo, el número 178.940.805

Millones			Miles					
C	D	U	C	D	U	C	D	U
1	7	8	9	4	0	8	0	5
178			940			805		
Ciento setenta y ocho			Novecientos cuarenta			Ochocientos cinco		
Millones			Mil					

La lectura del número es ciento setenta y ocho **millones**, novecientos cuarenta **mil**, ochocientos cinco.

✓ Descomposición de un número.

- Descomposición **aditiva**: expresa un número como la **suma de los valores** de sus cifras según la posición que ocupan.

Ejemplo: $1.342 = 1000 + 300 + 40 + 2$

- Descomposición **polinómica**: expresa un número como la **suma de los productos** entre cada cifra y la potencia de 10 correspondiente a su posición.

Ejemplo: $1.342 = 1 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$

Desde el inicio de la construcción de la ciencia Matemática, el ser humano ha buscado desarrollar sistemas de representación que le permitan comprender su realidad cotidiana, analizar su pasado y proyectarse hacia el futuro. Una de las necesidades fundamentales que surgió fue la de contar y agrupar objetos, lo que dio lugar a la idea de número. La noción de número se basa en la habilidad humana para clasificar y ordenar objetos, permitiendo así la cuantificación de recursos vitales.

Los números son esenciales para medir el tiempo y planificar nuestras actividades diarias, ya sea para estudiar, trabajar o descansar. Además, el dominio de los números ha sido fundamental para el desarrollo y avance de la tecnología. Las primeras formas de registrar números se basaban en métodos prácticos, como el uso de los dedos de las manos, lo que sentó las bases para la invención del *sistema de numeración decimal*. Este sistema es posicional y de base diez: cada orden equivale a diez unidades del orden inmediato inferior (Una decena equivale a 10 unidades, una centena equivale a 10 decenas y una unidad de mil equivale a 10 centenas). Ha sido ampliamente utilizado en la historia y ha permitido una gran variedad de aplicaciones en diferentes campos.

Según la Real Academia Española, un número es la expresión y representación de una cantidad con relación a su unidad, lo que refleja la importancia de los números en nuestra comprensión del mundo y en nuestra capacidad para interactuar con él de manera efectiva.

CONJUNTOS NUMÉRICOS

✓ El conjunto de los Números Naturales.

Los números naturales son los que se usan, primordialmente, para contar: 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... A este conjunto de números se lo identifica con la letra **N** en alusión a la palabra naturaleza.

Entonces:

$$\mathbf{N} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; \dots\}$$

Los tres puntos suspensivos hacen referencia a una característica esencial de los números naturales: se trata de un conjunto infinito de números. Y si bien **N** tiene primer elemento (el número uno), **N** carece de último elemento.

Otra representación de **N** es en la recta numérica.



La clasificación del número cero (0) como número natural es un tema de debate en la comunidad matemática. Aunque algunas fuentes de conocimiento matemático, como libros y enciclopedias, afirman que el cero es un número natural, en realidad pertenece al conjunto de los números enteros (**Z**) y su consideración como número natural dependerá según el contexto y conveniencia en el proceso de enseñanza - aprendizaje. Sin embargo, para abordar esta ambigüedad, se utilizan notaciones específicas que permiten incluir o excluir al cero del conjunto de los números naturales (**N**).

Por ejemplo, el conjunto $\mathbf{N}_0$ se define como $\mathbf{N}_0 = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; \dots\} = \mathbf{N} \cup \{0\}$, donde se considera la unión del conjunto **N** y el conjunto $\{0\}$, que solo contiene al

número cero. Esta notación permite clarificar si se incluye o no al cero en el conjunto de los números naturales.

La razón detrás de esta dicotomía conceptual se fundamenta en las necesidades específicas del contexto en el que se aplica. Por ejemplo, en la enseñanza de la escuela primaria, es conveniente que los estudiantes asocien el conjunto de números naturales con la noción conceptual del número cero.

Sea “ x ” un número natural cualquiera, se cumple siempre que: $x + 0 = x$

La Importancia del número natural en la vida cotidiana: usos y utilidades.

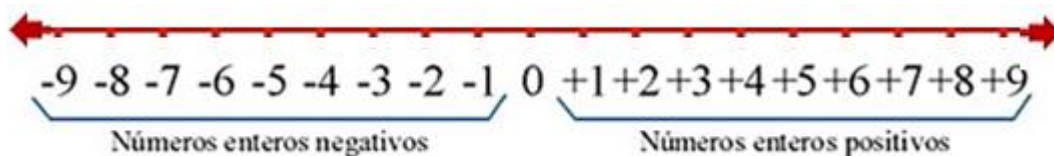
Los números naturales son importantes en la vida cotidiana porque nos permiten contar y ordenar objetos y eventos, facilitando la organización de nuestro mundo. Se usan para actividades como hacer compras (contar productos), programar eventos (saber cuántos días faltan) y realizar operaciones básicas que son esenciales para el funcionamiento de la sociedad.

Los números naturales se usan en la vida cotidiana como:

- **Número cardinal (para contar):** es un número que indica la cantidad de elementos de un conjunto determinado. Por ejemplo, en el conjunto de letras: $\{a; b; c; d\}$ el cardinal es: 4.
- **Número ordinal (para ordenar):** es un número que denota la posición de un elemento perteneciente a una sucesión ordenada o de un conjunto. Por ejemplo: en la sucesión **a, b, c, d**, el elemento “**a**” es el primero, el elemento “**b**” es el segundo, el “**c**” es el tercero, etc.
- **Número nominal (para identificar):** un número nominal es un número que funciona como una etiqueta o un nombre para identificar algo, no para contar cantidades ni indicar un orden específico. Se utiliza para categorizar o clasificar elementos en grupos, sin que exista una relación matemática o de orden entre los números. Por ejemplo, un número de teléfono, un código postal o el dorsal de un jugador de algún deporte, son ejemplos de números nominales.

✓ El conjunto de los Números Enteros.

El Conjunto de los Números Enteros se lo representa con la letra **Z** y surge de la necesidad de dar solución general a la sustracción, pues cuando el sustraendo es mayor que el minuendo, la sustracción no tiene solución en el conjunto de los Naturales. Por ejemplo: $5 - 7 = -2$, el número -2 no pertenece al conjunto de los números naturales. Debido a esto, la recta numérica se extiende hacia la izquierda, de modo que a cada punto que representa un número natural le corresponda un punto simétrico, situado a la izquierda del cero. Dos puntos simétricos son aquellos que están ubicados a igual distancia del cero (uno a la derecha y el otro a la izquierda de él).



El conjunto Z incluye tres subconjuntos:

- Enteros Negativos: $Z^- = \{ \dots, -5; -4; -3; -2; -1 \}$
- Enteros Positivos: $Z^+ = \{ +1; +2; +3; +4; +5; \dots \}$ $Z^+ = N$
- Y el cero: $\{0\}$

Por lo tanto, el Conjunto de los Números Enteros es la unión de los tres subconjuntos mencionados.

$$Z = \{ \dots, -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; +1; +2; +3; +4; +5; +6; +7; +8; +9 \dots \}$$

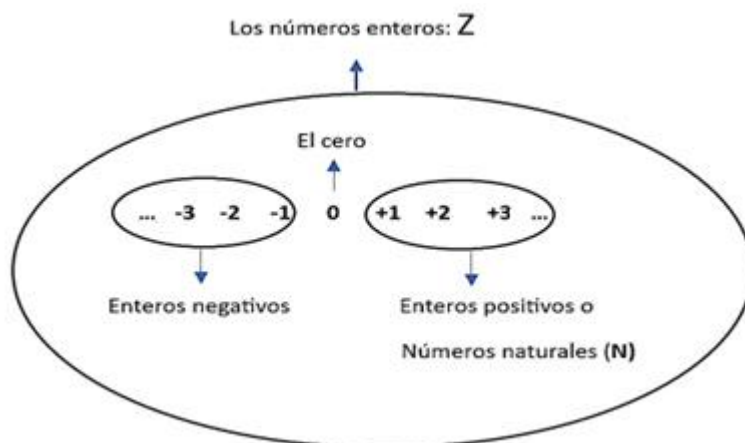
Una curiosidad interesante es que la letra Z se utiliza para indicar el conjunto de números Enteros, debido a que es la primera letra de la palabra alemana “*Zahlen*”, que significa número. Esto refleja la influencia significativa que las matemáticas alemanas de los siglos XVIII y XIX tuvieron en la notación matemática global, lo que les permitió imponer su propia convención en todo el mundo.

Los números enteros se usan en la vida cotidiana para describir características cuantificables de situaciones como el aumento o disminución de temperaturas, ganancias o pérdidas de dinero, y altitudes sobre el nivel del Mar o profundidad bajo el nivel del Mar, entre muchas más situaciones.

Hasta el momento hemos analizado el conjunto de los números Naturales y el conjunto de los números Enteros. Una relación importante que los asocia es la de inclusión:

$$N \subset Z.$$

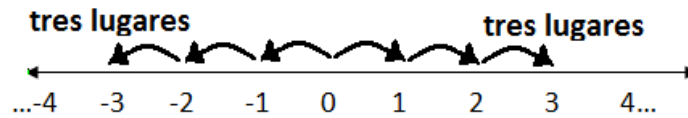
El símbolo $\subset$ indica la relación de inclusión y desde una representación gráfica podemos analizar la siguiente ilustración.



El número cero no está asociado a ningún signo; no es positivo (+) y no es negativo (-)

VALOR ABSOLUTO O MÓDULO

El valor absoluto de un número es la distancia que existe de ese número al cero. No importa si la distancia es hacia la derecha o hacia la izquierda, así vemos un ejemplo en la recta numérica:



El valor absoluto de $3 = 3$, simbólicamente sería: $|3| = 3$

El valor absoluto de $-3 = 3$, simbólicamente sería: $|-3| = 3$

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES

La adición, la sustracción y la multiplicación de dos números enteros siempre resultan en otro número entero. Sin embargo, la división de dos enteros no siempre da como resultado un número entero; por ejemplo, la ecuación $3 \cdot x = 5$ no tiene solución en el conjunto de los números enteros ($x = 1,666\dots$). Esta limitación genera la necesidad de crear un nuevo sistema numérico, una extensión de $\mathbb{Z}$, que contenga a los enteros y a los naturales. Este nuevo conjunto debe asegurar que la adición, la sustracción, la multiplicación y la división de sus elementos siempre produzcan un elemento del mismo conjunto.

Este nuevo conjunto es el de los números racionales, simbolizado por la letra $\mathbb{Q}$. Se considera racional a cualquier número que pueda expresarse como una fracción, donde "a" y "b" son números enteros, pero "b" nunca puede ser cero, ya que la división por cero no está definida en Matemática.

Los números racionales se construyen a partir de fracciones formadas con números enteros. En el contexto matemático, representa la relación entre cantidades enteras, es decir, una parte o proporción de un todo.

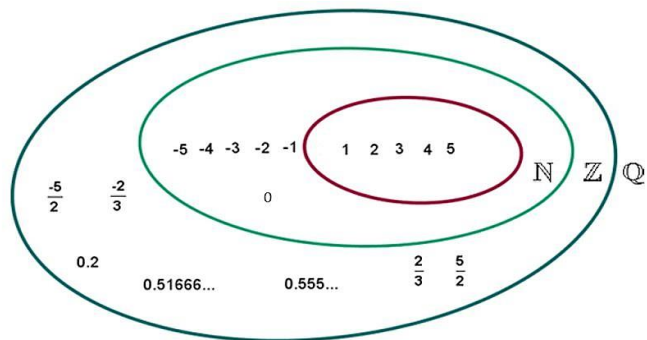
Formalmente, el conjunto de los números racionales se define como:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0 \right\}$$

Los números racionales se identifican con la letra $\mathbb{Q}$, que deriva de la palabra «cociente» (Quotient en varios idiomas europeos) y es porque una fracción, además, representa el resultado de una división: un cociente.

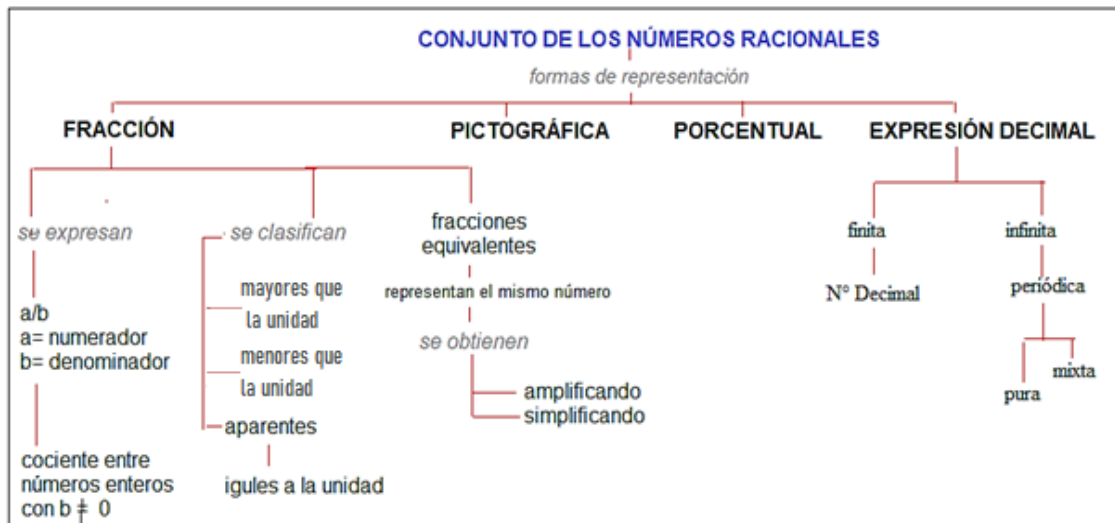
En conclusión, $\mathbb{Q}$ es un conjunto de números cuya forma es $\frac{a}{b}$, donde "a" y "b" pertenecen al conjunto de los enteros, con la condición de que "b" nunca puede ser cero.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$



Entre los conjuntos N, Z y Q existe una relación de inclusión

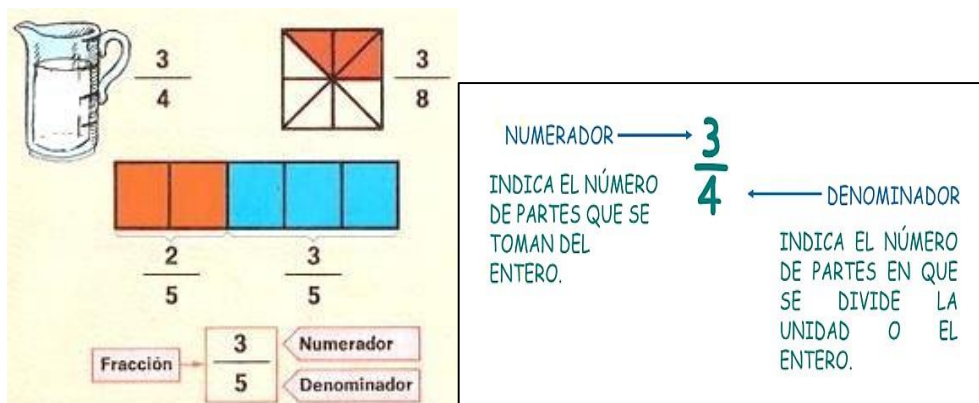
A continuación, te presentamos un esquema completo con las representaciones de un número racional



FRACCIONES

Podemos asociar una fracción a una parte de un “todo” o un “entero”, es decir; un *entero* que se divide en partes del mismo tamaño y cada una es una fracción de ese “entero”.

Ejemplos explicativos:



Una fracción también puede expresar una parte de un **conjunto** de elementos **contables**

En una bolsa hay 15 bolitas.
De ellas, 6 son **rojas**.
¿Qué fracción del total representan las bolitas rojas?



$$\frac{6}{15}$$

→ **numerador:** indica las partes que se toman (bolitas rojas).
→ **denominador:** indica el total de partes (total de bolitas).

$\frac{6}{15}$ de las bolitas de la bolsa son rojas.

✓ Fracciones Equivalentes

Estas fracciones representan la misma cantidad:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

$\frac{1}{2}$

$\frac{2}{4}$

$\frac{4}{8}$



=



=



¿CÓMO OBTENEMOS FRACCIONES EQUIVALENTES?

OBTENCIÓN DE FRACCIONES EQUIVALENTES A UNA FRACCIÓN DADA

- Si se multiplican o dividen el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número (no nulo), obtenemos una fracción equivalente.

$$\frac{2}{5} \longrightarrow \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$$

$$\frac{6}{15} \longrightarrow \frac{6 : 3}{15 : 3} \longrightarrow \frac{2}{5}$$

- Si multiplicamos, se utiliza el término **amplificar**.
- Si dividimos, se utiliza el término **simplificar**.

- Fracción equivalente por representación pictográfica:** Diferentes representaciones pictóricas pueden expresar una misma relación entre la parte y el todo. Aunque las particiones de los enteros sean diferentes, pueden representar la misma cantidad o la misma porción del todo.

- **Fracción equivalente por amplificación:** Multiplicamos el numerador y el denominador de esa fracción por el mismo número. Podemos obtener infinitas fracciones equivalentes utilizando este procedimiento.
- **Fracción equivalente por simplificación:** Dividimos el numerador y el denominador de esa fracción por el mismo número. Solo se pueden obtener fracciones a partir de los divisores comunes de ambos números, por lo que podemos obtener una cantidad finita de fracciones equivalentes utilizando este procedimiento.

Cuando no podemos simplificar más una fracción decimos que es **irreducible**. En general, una fracción no se puede reducir más cuando sus elementos no tienen ningún divisor común excepto el 1

$$\frac{60}{108} \xrightarrow[:2]{:2} \frac{30}{54} \xrightarrow[:2]{:2} \frac{15}{27} \xrightarrow[:3]{:3} \frac{5}{9}$$

Otro ejemplo...

$$\frac{24}{108} \xrightarrow[\div 2]{\div 2} \frac{12}{54} \xrightarrow[\div 2]{\div 2} \frac{6}{27} \xrightarrow[\div 3]{\div 3} \frac{2}{9}$$

✓ Clasificación de fracciones

FRACCIONES CUYO VALOR ES MENOR QUE LA UNIDAD: $\frac{a}{b} < 1$

- Se llaman fracciones **propias**.
- El numerador es **menor** que el denominador: $a < b$.
- El cociente entre a y b es menor que la unidad.

ejemplo $\frac{3}{8} < \frac{8}{8}$

- 3 es menor que 8 $\longrightarrow 3 < 8$
- $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375 \longrightarrow 0,375 < 1$

Juan se comió 3 de las 8 porciones de la caja, es decir, menos de una caja.

SE LEE:
Menor que

FRACCIONES CUYO VALOR ES MAYOR QUE LA UNIDAD: $\frac{a}{b} > 1$

- Se llaman fracciones **impropias**.
- El numerador es **mayor** que el denominador: $a > b$.
- El cociente entre a y b es mayor que la unidad.

ejemplo $\frac{11}{8} > \frac{8}{8}$

- 11 es mayor que 8 $\longrightarrow 11 > 8$
- $\frac{11}{8} = 11 : 8 = 1,375 \longrightarrow 1,375 > 1$

SE LEE:
Mayor que

Una fracción que es mayor a la unidad se puede expresar mediante **un número mixto**.

Un número mixto, es un número formado por un entero y una fracción.

Ahora escribiremos una fracción como número mixto.

$$\frac{15}{8} = \frac{8}{8} + \frac{7}{8} = 1 + \frac{7}{8} = 1\frac{7}{8}$$

FRACCIONES CUYO VALOR ES UN NÚMERO ENTERO

- Se llaman fracciones **aparentes**
- El numerador es múltiplo del denominador
- El cociente entre a y b es un número entero

Ejemplo: $\frac{10}{5}$

- 10 es múltiplo de 5
- $10 : 5$ es 2 y 2 es un número entero

Caso particular

FRACCIONES CUYO VALOR ES IGUAL A LA UNIDAD: $\frac{a}{b} = 1$

- El numerador es **igual** que el denominador: $a = b$.
- El cociente entre a y b es igual a la unidad.

ejemplo $\frac{8}{8}$

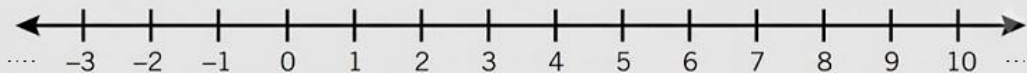
- 8 es igual que 8 $\longrightarrow 8 = 8$
- $\frac{8}{8} = 8 : 8 = 1$

Son fracciones iguales a la unidad: $\frac{4}{4}, \frac{7}{7}, \frac{15}{15}, \frac{9}{9}$.

✓ Fracciones en la recta numérica.

REPRESENTACIÓN DE FRACCIONES EN LA RECTA REAL

- Las fracciones se pueden representar en la recta numérica
- En la recta numérica, los números están **ordenados de manera creciente**, incluyendo números positivos y negativos.
- Al escribir estos números, siempre hay que mantener la misma distancia entre ellos, porque les separa exactamente **una unidad**.



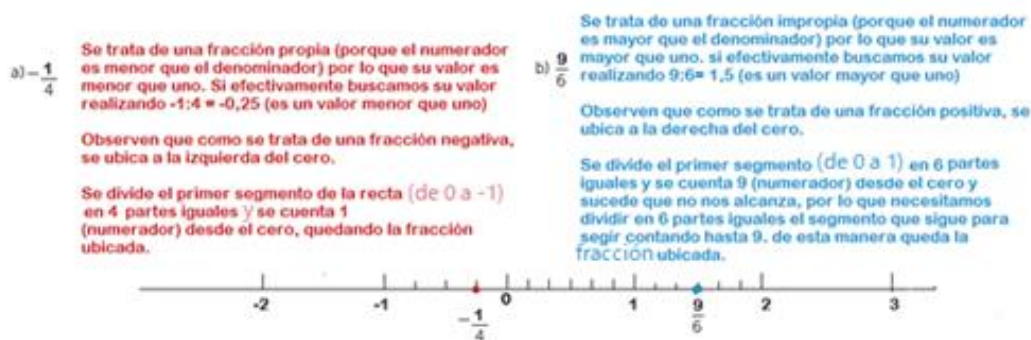
Para **representar fracciones en la recta** seguimos estos pasos.

- 1.º Dibujamos una recta en nuestro cuaderno.
- 2.º Fijamos las unidades. Al estar el cuaderno cuadriculado podemos extender las unidades con amplitud, para que nos resulte más sencillo representar los puntos numéricos.
- 3.º Dividimos la unidad en partes como nos indique el denominador y tomamos (señalamos) las que nos indique el numerador (la fracción como parte de la unidad).

Recuerda que si la fracción es:

- 1.º Propia: su valor estará entre 0 y 1.
- 2.º Igual a la unidad: su valor será 1.
- 3.º Impropia: su valor será mayor que 1.

EJEMPLO:



✓ Expresiones decimales

Las expresiones decimales están formadas por una parte entera y una parte decimal. Estos números los podemos encontrar en todas partes, como en los precios de los productos del supermercado.

Ejemplo:



CLASIFICACIÓN DE EXPRESIONES DECIMALES



Un poquito más de los números Decimales...

Decimal	3,1	3,16	3,164	3,1649	3,16491	3,164915
fracción	$\frac{31}{10}$	$\frac{316}{100}$	$\frac{3164}{1.000}$	$\frac{31649}{10.000}$	$\frac{316491}{100.000}$	$\frac{3164915}{1.000.000}$
Observen los denominadores	$10 = 10^1$	$100 = 10^2$	$1.000 = 10^3$	$10.000 = 10^4$	$100.000 = 10^5$	$1.000.000 = 10^6$
Verán como los denominadores son potencias de 10, por ello se llaman números decimales, porque pueden expresarse como fracciones cuyo denominador son potencias de 10						

OPERACIONES. PROPIEDADES

✓ Adición

¿Cómo sumamos fracciones que tienen el mismo denominador?

$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} + \frac{16}{6} + \frac{7}{6}$
 La fracción resultante tendrá el mismo denominador $\rightarrow \frac{?}{6}$ ¿y el numerador? 
 Se opera con los numeradores, en este caso como son positivos, sumamos: $\rightarrow \frac{1+5+16+7}{6}$ Obteniendo $\rightarrow \frac{29}{6}$

Entonces $\frac{1}{6} + \frac{5}{6} + \frac{16}{6} + \frac{7}{6} = \frac{29}{6}$

OTRO EJEMPLO

$$-\frac{1}{6} - \frac{5}{6} - \frac{16}{6} - \frac{7}{6} = -\frac{29}{6}$$

Todos los numeradores son negativos, entonces sumamos

UN EJEMPLO MÁS

$$-\frac{1}{6} + \frac{5}{6} - \frac{16}{6} + \frac{7}{6} = -\frac{5}{6}$$

PORQUE $-1+5-16+7=-5$
 Si te resulta más fácil
 agrupa positivos y negativos
 $(5+7) - (1+16)$
 $12 - 17$
 -5

¿Cómo sumamos fracciones que tienen distinto denominador?

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{2} + \frac{16}{3}$$

Debemos obtener fracciones con el mismo denominador, para ello buscamos fracciones equivalentes.

1^{ro}: buscamos un mínimo común múltiplo entre 6, 2 y 3. En este caso es 6

2^{do}: buscamos fracciones equivalentes de manera que todas queden con denominador 6.

3^{ro}: amplificamos

4^{to}: operamos con los numeradores

5^{to}: obtenemos resultado

¿LOS HACEMOS?

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} + \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{16 \cdot 2}{3 \cdot 2} &= \\ \frac{1}{6} + \frac{15}{6} + \frac{32}{6} &= \\ \frac{48}{6} \end{aligned}$$

¿recuerdas que
amplificar es
multiplicar al
numerador y al
denominador por
un mismo
número?

✓ Multiplicación

¿Cómo multiplicamos fracciones?

Recordemos que se llama producto al resultado de una multiplicación, entonces al multiplicar fracciones se obtiene otra fracción que tiene por numerador el resultado de multiplicar los numeradores que me presentan y tendrá como denominador al resultado de multiplicar los denominadores que me dan.

Ejemplo 1:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{8}{36} \quad (\text{porque } 2 \cdot 4 \cdot 1 = 8 \text{ y } 3 \cdot 6 \cdot 2 = 36)$$

Ejemplo 2:

$$\frac{10}{3} \cdot \left(-\frac{5}{8}\right) = -\frac{50}{24} \quad (\text{porque } 10 \cdot 5 = 50 ; 3 \cdot 8 = 24 \text{ y } + \cdot - = -)$$

Cuando hay fracciones negativas, realizo regla de los signos como aprendimos en la multiplicación de los números enteros



ATENCIÓN

Ejemplo 3:

$$\frac{6}{15} \cdot 7 = \frac{42}{15} \text{ (porque } 6 \cdot 7 = 42 \text{ y } 15 \cdot 1 = 15)$$

Cuando tenemos números enteros, recordemos que debajo de éstos siempre hay un número 1 que no es necesario colocar



ATENCIÓN

Observación: Cuando tengo que multiplicar fracciones es conveniente simplificarlas, si es posible, para mantener mayor control sobre los cálculos

✓ División

¿Cómo dividimos fracciones?

Para dividir una fracción por otra, distinta de cero, se multiplica la primera por la inversa de la segunda. La fracción inversa se obtiene al intercambiar el numerador por el denominador. Es decir que dividir dos fracciones, una fracción dividendo y otra divisor, se multiplica la primera (dividendo) por el inverso multiplicativo de la segunda, que es divisor.

Observación: Cuando multiplicamos una fracción por su inverso multiplicativo, el resultado siempre es 1 (uno)

Ejemplo 1:

$$\frac{1}{3} : \frac{4}{6} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{4} = \frac{6}{12} \text{ (porque } 1 \cdot 6 = 6 \text{ y } 3 \cdot 4 = 12)$$

Observa como la segunda fracción se INVIERTE y luego se MULTIPLICA como aprendiste anteriormente



ATENCIÓN

Ejemplo 2:

$$\frac{7}{8} : \left(-\frac{6}{10}\right) = \frac{7}{8} \cdot \left(-\frac{10}{6}\right) = -\frac{70}{48} \text{ (porque } 7 \cdot 10 = 70 ; 8 \cdot 6 = 48 \text{ y } + \cdot - = -)$$

Cuando hay fracciones negativas, realizo regla de los signos como aprendimos en la multiplicación de los números enteros



ATENCIÓN

Ejemplo 3:

$$\frac{9}{13} : 5 = \frac{9}{13} \cdot \frac{1}{5} = \frac{9}{65} \text{ (porque } 9 \cdot 1 = 9 \text{ y } 13 \cdot 5 = 65)$$

Cuando tenemos números enteros, recordemos que debajo de éstos siempre hay un número 1 que no es necesario colocar



ATENCIÓN

A continuación, te presentamos dos tablas con las propiedades de la adición y la multiplicación en el conjunto de los números Racionales. Las propiedades son una herramienta muy importante que nos ayudan a simplificar algunos cálculos.

Ley de clausura	$\frac{4}{3} + \frac{2}{5} = \frac{26}{15}$	La adición de números racionales tiene como suma un número racional
Conmutativa	$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{2}{3}$	En la adición de números racionales, el orden de los sumandos no altera la suma
Asociativa	$\left(-\frac{6}{5} + \frac{1}{3}\right) + \frac{2}{5} = -\frac{6}{5} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right)$	La adición de tres o más números racionales puede efectuarse realizando distintas agrupaciones y la suma no se altera.
Elemento Neutro	$-\frac{3}{5} + 0 = -\frac{3}{5}$	La suma obtenida al adicionar un número racional con cero es siempre el mismo número racional.
Elemento simétrico (el opuesto)	$-\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) = 0$	Todo número racional adicionado con su opuesto da como suma 0.

PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN DE LOS NÚMEROS RACIONALES		
Ley de clausura	$\left(\frac{4}{3} \times \frac{6}{5}\right) = \frac{24}{15} = \frac{8}{5}$	El producto de números racionales es racional.
Conmutativa	$\left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}\right) = \left(\frac{3}{5} \times \frac{2}{3}\right)$	En la multiplicación de números racionales el orden de los factores no alteran el producto.
Asociativa	$\left(\frac{4}{3} \times \frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{7} = \frac{4}{3} \times \left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}\right)$	Al efectuar el producto de tres o más factores es posible asociarlos de diferentes maneras y el producto no se altera.
Elemento Neutro (1)	$\left(\frac{9}{7} \times 1\right) = \frac{9}{7}$	El producto que se obtiene al multiplicar cualquier número racional por 1 es ese mismo número racional
Inverso multiplicativo	$\left(\frac{7}{3} \times \frac{3}{7}\right) = \frac{21}{21} = 1$	El producto que se obtiene al multiplicar un número por su recíproco es 1 .

PORCENTAJE

- **Fracciones y Porcentajes:** Como ya dijimos, tanto una fracción como un porcentaje, son maneras de expresar "una parte del entero". Por lo tanto, cuando veamos un porcentaje, podemos escribirlo como fracción y cuando veamos una fracción, podemos escribirla como porcentaje. A continuación vamos a ver cómo se pasa una fracción a porcentaje y viceversa:

- **Pasaje de Fracción a Porcentaje:** Si queremos pasar una fracción a un valor porcentual, tenemos que hacer la división (Numerador dividido denominador) y luego multiplicar por 100.

Veamos un ejemplo:

Si observamos la siguiente figura, vemos que la región sombreada representa $\frac{3}{8}$ partes del entero. Pasemos entonces a porcentaje $\frac{3}{8}$ para expresar qué porcentaje de la región es la que está sombreada, en lugar de decirlo como una fracción.



Recuerden que si multiplicamos por 100, se le corre dos lugares la coma

Hacemos la cuenta 3 dividido 8

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 30} \\ 24 \\ \hline 60 \\ 48 \\ \hline 120 \\ 80 \\ \hline 400 \\ 320 \\ \hline 800 \\ 720 \\ \hline 800 \\ 0 \end{array}$$

Y ahora multiplicamos al resultado por 100

$$\begin{array}{r} 0,375 \\ \times 100 \\ \hline 37,5 \end{array}$$

Y, ¡listo!! Podemos decir que $\frac{3}{8}$ es lo mismo que 37,5%

Observación: Otra manera de realizar este pasaje, puede ser, por ejemplo, si pensamos en $\frac{1}{5}$ (la quinta parte) podemos calcular que "la quinta parte de 100 es 20", es decir; 20 veces 5 es 100. Por lo que $\frac{1}{5}$ (la quinta parte) representa el 20 %

¿Cómo se calculan los Porcentajes?

Vamos a usar este ejemplo: Calcular cuánto es el 25% de 120

- Reemplazando el "%" por una fracción de 100 y el "de" por un "por"

Calcular cuánto es el 25% de 120

El 25% se transforma en la fracción "25 sobre 100"

$$\frac{25}{100} \cdot 120 =$$

La palabra "de" se transforma en un signo de multiplicación.

haciendo las cuentas....

SIMPLIFICAMOS...

$$\frac{5}{100} \cdot \frac{6}{120} = \frac{30}{1000} = 30$$

Y decimos como respuesta que el 25% de 120 nos dio como resultado 30.

- Ahora lo que vamos a ver es cómo se calculan los valores porcentuales, como que porcentaje es tal número de tal otro.

Por ejemplo: Calcular que Porcentaje de 160 es 40.

Que dicho de otra forma puede ser: "en tal escuela hay 160 alumnos en el turno tarde, de esos 160 alumnos, 40 son de RIVER. Calcular qué Porcentaje es de RIVER"

Lo que queremos saber es:

¿qué porcentaje de 160 es 40?

Vamos traduciendo a símbolos este lenguaje coloquial que indica lo que queremos

¿qué % de 160 es 40?

x% de 160 es 40

x% · 160 = 40

$\frac{x}{100} \cdot 160 = 40$

$x = \frac{40 \cdot 100}{160}$

$x = 25$ entonces 25%

Para calcular cantidades de acuerdo a un porcentaje específico, es posible utilizar como procedimiento matemático a la multiplicación entre una fracción y una cantidad determinada. Ejemplo práctico:

En una finca de Malargüe el 30 % de 1(una) hectárea de tierra fértil, se ha utilizado para la producción de papas y un 25% para la producción de ajos. Determinaremos la cantidad de superficie en metros cuadrados que se ha destinado para la producción de papas y ajos.

Para tener una idea clara, podemos considerar a la hectárea como la medida de área de una superficie de forma cuadrada, cuyos lados congruentes miden 100 metros cada uno.

El cálculo del área de una superficie con forma de cuadrado es: "base por altura" o "lado por lado". $100\text{ m} \cdot 100\text{ m} = 10.000\text{ m}^2$

1 hectárea equivale a 10.000 m^2

Plantación de papas:

$$\frac{30}{100} 10000\text{ m}^2 = \frac{30 \cdot 10000\text{ m}^2}{100} = \frac{300000\text{ m}^2}{100} = 3000\text{ m}^2$$

Plantación de ajos

$$\frac{25}{100} 10000\text{ m}^2 = \frac{25 \cdot 10000\text{ m}^2}{100} = \frac{250000\text{ m}^2}{100} = 2500\text{ m}^2$$

Se destinaron

3000 m^2 para la producción de papas y 2500 m^2 para la producción de ajos

✓ **Relación entre porcentajes, fracciones decimales y números decimales.**

Fracción decimal	Porcentajes	Notación decimal	Fracción decimal irreducible	Interpretación
$\frac{10}{100}$	10 %	0,10 = 0,1	$\frac{1}{10}$	El 10% representa 10 de cada 100, es decir, un décimo
$\frac{25}{100}$	25%	0,25	$\frac{1}{4}$	El 25% representa 25 de cada 100, es decir, la cuarta parte.
$\frac{40}{100}$	40%	0,40 = 0,4	$\frac{2}{5}$	El 40% representa 40 de cada 100, es decir, dos quintas partes.
$\frac{50}{100}$	50%	0,50 = 0,5	$\frac{1}{2}$	El 50% representa 50 de cada 100, es decir, la mitad.
$\frac{75}{100}$	75%	0,75	$\frac{3}{4}$	El 75% representa 75 de cada 100, es decir, tres cuartas partes.
$\frac{100}{100}$	100%	1	$\frac{1}{1} = 1$	El 100% representa 100 de cada 100, es decir, el “todo”

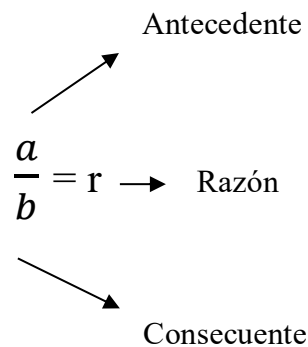
RAZÓN Y PROPORCIÓN

El razonamiento proporcional se considera como uno de los componentes importante del pensamiento formal adquirido en la adolescencia. Las nociones de comparación y covariación están en la base subyacente al razonamiento proporcional, siendo a su vez los soportes conceptuales de la razón y la proporción. El desarrollo deficiente de estas estructuras conceptuales en los primeros niveles de la adolescencia obstaculiza la comprensión y el pensamiento cuantitativo en una variedad de disciplina que van desde el álgebra, la geometría y algunos aspectos de la biología, la física y la química.

Diversas investigaciones han mostrado, sin embargo, que la adquisición de las destrezas de razonamiento proporcional es insatisfactoria en la población en general.

✓ **El número racional como una “razón”.**

Una razón es la comparación entre de dos magnitudes.



¿Cómo calculamos una razón?

Calcular una razón significa realizar la división entre el antecedente (numerador) y el consecuente (denominador). Es decir, el numerador es el dividendo, el denominador el divisor y el resultado es el cociente, que también es el resultado de la razón.

Ejemplos explicativos:

El valor de la razón entre 1 y 2

$$\frac{1}{2} = 1:2 = 0,5$$

El valor de la razón entre 100 y 50

$$\frac{100}{50} = 100:50 = 2$$

En un acto de fin de año hay 35 alumnas y 45 alumnos, ¿Cuál es la razón entre alumnas y alumnos?

$$\frac{35}{45} = 35:45 = 0,7$$

✓ Proporción

❶ ¿Qué es una proporción numérica? Es una relación entre números,

Veamos un caso real de proporcionalidad numérica: **"Una máquina que fabrica caramelos, los hace a una razón de 6 caramelos cada 11 segundos"**

Si en 11 segundos hizo 6 caramelos, en 22 segundos (el doble de tiempo) habrá hecho el doble, o sea 12 caramelos. Si escribimos estos valores en forma de fracciones o razones nos quedaría así:

$$\frac{6 \text{ Caramelos}}{11 \text{ Segundos}} ; \frac{12 \text{ Caramelos}}{22 \text{ Segundos}}$$

Ahora bien, como ambas razones, se refieren a la misma "causa" de proporcionalidad (en este caso a la máquina que fabrica caramelos) podemos entonces escribir ambas razones igualadas (y ahora obviamos las unidades)

$$\frac{6}{11} = \frac{12}{22}$$

Cada una de las razones igualadas (6/11 y 12/22) son las razones de esta proporción.



Y aquí tenemos lo que se denomina una proporcionalidad numérica



Ejemplos de proporciones

$$\frac{10}{5} = \frac{8}{4} \Rightarrow 10 \cdot 4 = 5 \cdot 8$$

$$40 = 40$$

$$\frac{-25}{5} = \frac{-35}{7} \Rightarrow -25 \cdot 7 = 5 \cdot (-35)$$

$$-175 = -175$$

$$\frac{24}{6} = \frac{16}{4} \Rightarrow 24 \cdot 4 = 6 \cdot 16$$

$$96 = 96$$

PROPORCIÓN: Cuatro números racionales a, b, c y d (con b y d $\neq$ 0), forman una proporción si la razón entre los dos primeros es igual a la razón entre los dos segundos.

$$\frac{a}{b} = r \quad \text{y} \quad \frac{c}{d} = r, \text{ sus razones son iguales, entonces}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ constituyen una proporción y se lee: "a es a b como c es a d"}$$

Ejemplo

$$\frac{10}{5} = 2 \quad \text{y} \quad \frac{8}{4} = 2 \quad \text{entonces} \quad \frac{10}{5} = \frac{8}{4} \quad \text{constituyen una proporción.}$$

Medios y Extremos de las proporciones

Dada una proporción, se llaman **medios** al denominador de la primera razón y al numerador de la segunda y **extremos** al numerador de la primera razón y al denominador de la segunda



Ejemplo:

Dada la siguiente proporción: $\frac{3}{5} = \frac{24}{40} \Rightarrow$

- Los medios son: 5 y 24
- Los extremos son: 3 y 40

✓ Constante de proporcionalidad

La constante de proporcionalidad aparece cuando dos magnitudes se relacionan proporcionalmente.

Por ejemplo:

Cantidad de cuadernos	Precio (\$)
2	800
5	2000
8	3200

Si dividimos el precio por la cantidad:

$$800: 2 = 400 \quad 2000: 5 = 400 \quad 3200: 8 = 400$$

El valor 400 se mantiene constante.

En este caso, 400 es la constante de proporcionalidad porque representa el precio por cada cuaderno.

Observación: Toda constante de proporcionalidad genera razones equivalentes. Pero no toda igualdad entre razones cualesquiera representa, necesariamente, una relación de proporcionalidad entre magnitudes.

ES MOMENTO DE REALIZAR UNA VÁLIDA ACLARACIÓN PARA DISTINGUIR
DOS CONCEPTOS MUY IMPORTANTES QUE, A ESTA ALTURA, SE
CONFUNDEN...

ATENCIÓN



Resulta importante profundizar el significado del término “razón”, ya que no siempre coincide plenamente con el de “fracción”, aunque ambos conceptos comparten ciertas características y, en muchos contextos, pueden representarse mediante la misma escritura simbólica.

Hoffer (investigador en educación matemática) señala que las fracciones pueden entenderse como “cualquier par ordenado de números enteros cuya segunda componente es distinta de cero”, mientras que una razón puede interpretarse como una comparación entre dos cantidades o magnitudes.

En muchos casos, las razones se utilizan para comparar magnitudes de distinta naturaleza o medidas expresadas en diferentes unidades. Por ejemplo, 3 jamones por \$35000 expresa una relación entre cantidades heterogéneas. En cambio, las fracciones suelen emplearse para representar relaciones parte-todo o partes de una misma unidad, como ocurre con $\frac{2}{3}$ de una pizza.

No obstante, estas diferencias no son absolutas. Existen razones entre magnitudes homogéneas, por ejemplo, relaciones entre varones y mujeres, escalas o ampliaciones y reducciones, y también fracciones que expresan relaciones entre cantidades medidas en distintas unidades, como sucede en algunos contextos de velocidad o densidad.

Asimismo, no todas las razones requieren escritura fraccionaria. Algunas pueden expresarse mediante otras notaciones, como 4:7 o “4 a 7”. Del mismo modo, una misma expresión simbólica, por ejemplo $\frac{3}{4}$, puede adquirir distintos significados según el contexto: fracción, razón, cociente u operador.

✓ Teorema fundamental de las proporciones

En toda proporción se cumple que el producto de los extremos es igual al producto de los medios. Es decir:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \Leftrightarrow \quad a \cdot d = b \cdot c$$

Capacidad: Interpretar y producir representaciones algebraicas, gráficas y tabulares de funciones lineales y cuadráticas, reconociendo sus propiedades y comportamientos.

Contenidos:

- Concepto de función afín y de proporcionalidad directa e inversa.
- Propiedades y comportamiento gráfico y algebraico.
- Representación tabular de datos.
- Uso de herramientas tecnológicas para graficar funciones.

Aprendizajes Base:

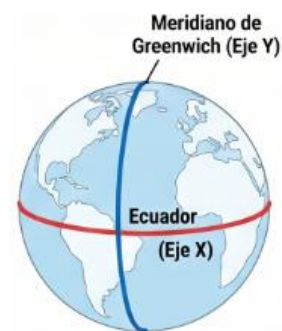
- Interpretación de relaciones entre variables en tablas, gráficos y fórmulas para resolver problemas de diversos contextos.
- Construcción, comparación y análisis de fórmulas para expresar procedimientos, cálculos con expresiones algebraicas sencillas en problemas que las requieran.
- Aplicación de las nociones de dependencia y variabilidad como herramientas para modelizar fenómenos de cambio que representen variaciones lineales y no lineales.
- Análisis del comportamiento de funciones afines y cuadráticas desde sus representaciones en gráficos y fórmulas incluyendo interpretación de parámetros, análisis de ceros, máximos, mínimos, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, para dar sentido a los problemas que resuelven.

SISTEMAS DE REFERENCIA: DEL MAPA AL PLANO MATEMÁTICO

La necesidad histórica de orientación impulsó a la humanidad a crear mapas y cartas geográficas, permitiendo localizar puntos en una superficie mediante el uso de números.

Para definir la posición de una figura o un objeto, es indispensable contar con un sistema de referencia.

En la geografía actual, cualquier ubicación se determina con precisión mediante su latitud (distancia al norte o sur del Ecuador) y su longitud (distancia al este u oeste del meridiano de Greenwich). Sin embargo, un solo dato no basta; por ejemplo, múltiples puntos pueden compartir la misma latitud si se encuentran sobre el mismo paralelo.



En el ámbito de las matemáticas —esencial para el estudio de funciones y vectores en el ingreso a ingeniería— el sistema de referencia se construye sobre un plano mediante dos rectas perpendiculares que se cruzan en un punto denominado origen de coordenadas (0).

✓ El Plano Cartesiano

Un gráfico cartesiano es una herramienta visual para representar la relación entre dos variables. Este sistema se compone de:

- Eje de las Abscisas (Eje "x"): Es la recta horizontal y representa a la variable independiente.
- Eje de las Ordenadas (Eje "y"): Es la recta vertical y representa a la variable dependiente.

Cada eje debe estar graduado de forma que la distancia entre números consecutivos sea constante. Aunque las unidades elegidas para cada eje pueden ser distintas, deben respetarse estrictamente dentro de un mismo eje.

Cada punto en el plano se identifica como un par ordenado (x; y). La primera componente siempre corresponde a la variable independiente (x) y la segunda a la dependiente (y).

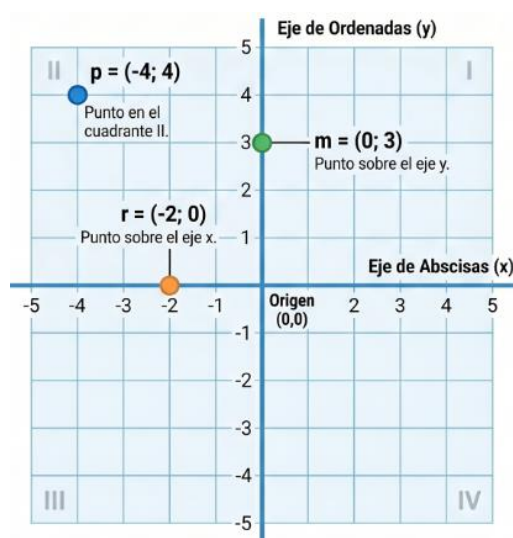
LOCALIZACIÓN DE PUNTOS

Si un punto tiene coordenadas específicas, como el punto $p = (-4; 4)$, su valor en el eje x es -4 y en el eje y es 4.

Si una de las coordenadas es cero, el punto se ubica directamente sobre uno de los ejes:

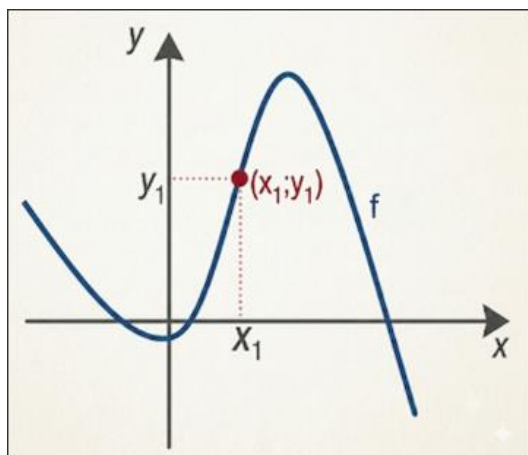
Sobre el eje y: Por ejemplo, $m = (0; 3)$.

Sobre el eje x: Por ejemplo, $r = (-2; 0)$.



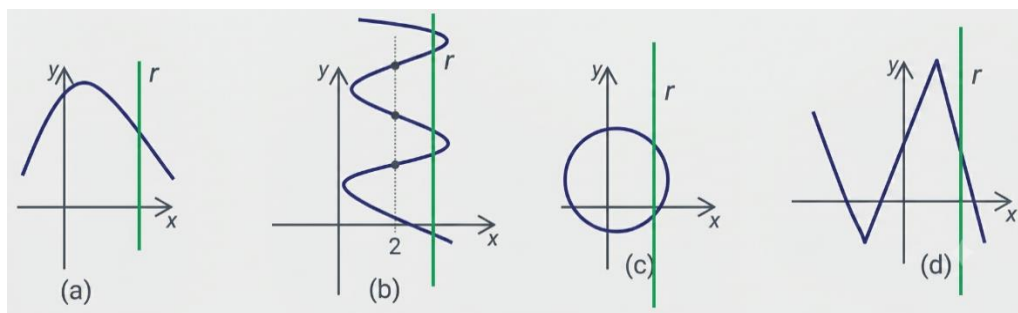
FUNCIÓN

Una función es una relación en la que se puede analizar variabilidad, dependencia y correspondencia.



No toda *relación* entre dos variables resulta ser una función, de ahí que se puede plantear la siguiente pregunta ante la representación gráfica de una relación entre dos variables

¿Cuándo un gráfico representa una función y cuándo no?



La gráfica (a) representa una función, porque para cada x le corresponde un único y . La segunda (b) no lo es, porque para algunos valores de x , por ejemplo, para $x = 2$ le corresponden varios valores de y . El gráfico (c), de una circunferencia no es función, (d) si lo es, para cada x hay un único y .

Recordar

Un gráfico representa una función si dada cualquier recta r paralela al eje y , ésta corta al gráfico en un único punto.

Hemos empleado la letra “ f ” para designar a una función, podríamos representarlas también con letras como “ h ”, “ g ” Asimismo hemos elegido a “ x .” como letra para designar la variable independiente, pero podríamos utilizar “ s ”, “ t .” Para indicar que un elemento “ x ” del conjunto A está relacionado con un elemento “ y ” del conjunto B decimos que el par ordenado (x, y) pertenece a la función y escribimos $(x, y) \in f$

DOMINIO, CODOMINIO E IMAGEN DE UNA FUNCIÓN DE VARIABLE REAL

Notación: El símbolo $f(x)$ se lee “ f de x ” o “ f en x ”.

Dominio ($Dom f$ o D_f) : Se define como el conjunto formado por todos los valores que toma la variable independiente “ x ”. Es, precisamente, el conjunto de números reales para los cuales la función está definida o tiene sentido (también llamado conjunto de existencia o campo de definición).

Codominio: Es el conjunto de llegada que contiene a todos los valores que puede tomar la función.

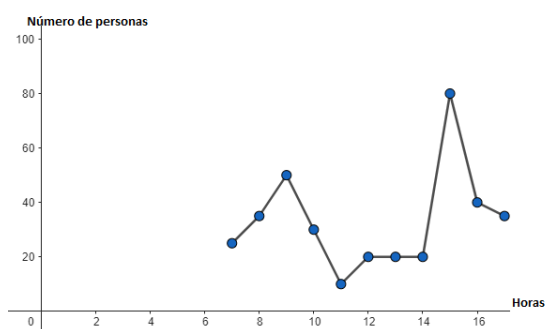
Imagen (Imf): Es el conjunto de los valores reales que efectivamente toma la función cuando x varía a través de su dominio. Cada elemento del codominio que está asociado a un elemento del dominio se llama imagen de x y se escribe $y = f(x)$.

DIFERENTES FORMAS DE REPRESENTAR UNA FUNCIÓN

✓ Mediante Gráficas

Para representar una función en el sistema de coordenadas, se consideran los elementos del dominio en el eje horizontal de las abscisas (eje x) y los elementos del recorrido (imágenes) en el eje vertical de las ordenadas (eje y). Se marcan los puntos correspondientes a cada relación, (x, y) y se unen con una línea continua, así obtenemos la representación gráfica de la función en el sistema de coordenadas.

Para profundizar en la *interpretación funcional* y no quedarse únicamente en la transcripción de coordenadas, se plantean preguntas desde la observación directa hasta la reflexión crítica. Por ejemplo, la gráfica representa la actividad en un andén de una



estación de trenes desde las 00 horas a las 17 horas.

Un dato importante: en la gráfica observarán los puntos unidos por una línea. Sin embargo, dado que la variable 'personas' es discreta, esta unión se incluye únicamente con fines visuales para facilitar la lectura del gráfico.

- a- ¿Por qué el primer punto de la gráfica comienza a las 7 y termina en 17? ¿Qué significado tiene esto para el funcionamiento de la estación?
- b- ¿En qué intervalos de tiempo la estación se está llenando de gente y en cuáles se está vaciando?

- c- Observa el tramo de 8 h a 10 h y el tramo de 12 h a 14 h. En ambos la cantidad de personas aumenta, pero ¿en cuál de los dos intervalos el ingreso de personas es más rápido o abrupto? ¿Cómo se nota eso en la inclinación de la línea?
- d- A las 11:00 h se registra el mínimo absoluto del día. ¿Qué hipótesis podrías proponer para explicar por qué el andén queda casi vacío a esa hora media de la mañana?

✓ Forma Tabular

Consiste en una tabla con dos columnas o filas donde se colocan valores seleccionados de la variable independiente (x) y sus correspondientes valores de la variable dependiente (y) calculados mediante la función.

Edad (años)	0	1	2	3	4	5
Estatura (cm)	49	63	75	84	96	109

- a- Observando los datos de la tabla, si un bebé tiene 0 años ¿significa que su estatura es 0?
- b- ¿Qué sentido matemático y real tiene la primera fila de la tabla?
- c- Si tuvieras que explicarle a alguien que no ve la tabla cómo cambia la estatura a medida que pasa el tiempo, ¿qué palabras usarías?
- d- *'Como de los 0 a los 5 años el niño creció 60 cm en total, podemos asegurar que cada año creció exactamente 12 cm'.* ¿Estás de acuerdo con esta afirmación? Utiliza los datos de la tabla para refutar o defender su postura. ¿En qué período el crecimiento fue más acelerado y en cuál más lento?

✓ Expresión Algebraica

Hay una gran cantidad de funciones que pueden expresarse mediante una expresión algebraica (fórmula), que relaciona de forma exacta y sintética la relación entre variables. Por ejemplo:

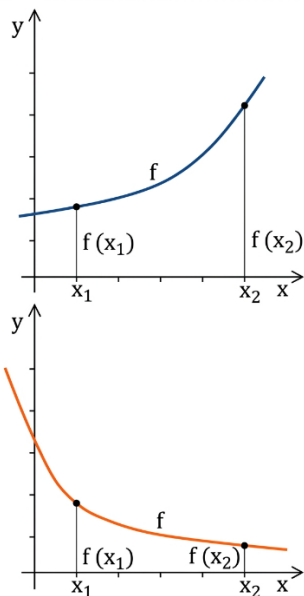
$$1) h = 80 - 5t^2 \quad \text{donde } h = f(t)$$

$$2) l = 0.05p \quad \text{donde } l = f(p)$$

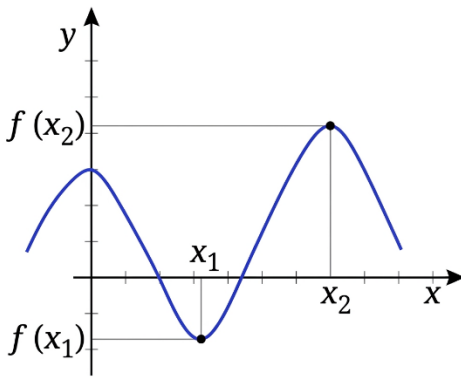
Algunas de las ventajas que presentan las expresiones algebraicas (o fórmulas) son: la comodidad en la expresión, la precisión en los cálculos, la posibilidad de recurrir a modelos conocidos y estudiados, y la aplicación de métodos específicos para analizar las funciones y extraer gran cantidad de información.

CARACTERÍSTICAS DE LAS GRÁFICAS

✓ Función Creciente o Decreciente

Definición	Forma grafica
<i>f crece en un intervalo I si</i> $f(x_1) < f(x_2)$ <i>siempre que $x_1 < x_2$ en I</i>	
<i>f decrece en un intervalo I si</i> $f(x_1) > f(x_2)$ <i>siempre que $x_1 < x_2$ en I</i>	

✓ Máximos y Mínimos

Definición	Forma grafica
<i>f alcanza un mínimo local en x_1 si</i> $f(x_1) \leq f(x)$ <i>para todos los valores de x "próximos" a x_1</i>	
<i>f alcanza un máximo local en x_2 si $f(x_2) \geq f(x)$</i> <i>para todos los valores de x proximos a x_2</i>	

La identificación de los puntos de inflexión en la trayectoria de una función permite determinar con exactitud sus intervalos crecimiento y decrecimiento, un paso fundamental para su correcta modelización gráfica.

CONTINUIDAD Y DISCONTINUIDAD

Situación problemática	Gráfica	Observación
Las ganancias diarias de un vendedor de alfajores artesanales son de \$ 400 fijos, más \$ 20 por cada producto, entonces la ganancia depende del número de productos vendidos. $g = f(n)$		La variable independiente sólo tiene sentido para los valores 0, 1, 2, 3, ... pues no se puede vender un número fraccionado de alfajores. La variable independiente pasa de un valor a otro por saltos, la función no es una línea sino un conjunto de puntos.
El costo de una llamada diurna de larga distancia es de \$ 0, 50 para el primer minuto y de \$ 1 por cada minuto adicional (o fracción de minuto), entonces el costo depende del tiempo. $c = f(t)$		La variable independiente "t" varía en intervalos regulares de 1 minuto. La función presenta saltos, estos saltos son las discontinuidades de la función.
La gráfica muestra el crecimiento de una planta con el paso del tiempo, la altura depende del tiempo. $h = f(t)$		La variación es suave, sin saltos bruscos. La función no presenta discontinuidades de ningún tipo.

TIPOS DE FUNCIONES

✓ Función Afín

En una escuela técnica, los estudiantes diseñaron un invernadero automatizado (un domo geodésico) para cultivar plantas de manera eficiente. Para regular la temperatura interna, el sistema cuenta con un extractor de aire que funciona con una batería conectada a un panel solar.

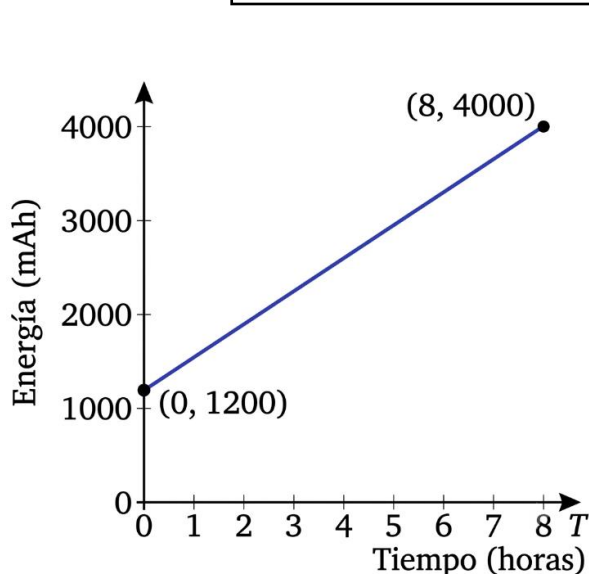
Al iniciar las pruebas de la mañana, la batería del domo ya cuenta con una carga base inicial de 1200 mAh (miliamperios hora) gracias a lo que acumuló el día anterior. A partir

de las 8:00 hs, cuando sale el sol con fuerza, el panel solar empieza a cargar la batería de forma constante a razón de 350mAh por cada hora de exposición solar.

Si llamamos x al tiempo transcurrido en horas desde que inició la carga (a las 8:00 hs) e y a la cantidad total de energía almacenada en la batería:

La expresión de la fórmula que modela la cantidad de batería es:

$$f(t) = 350t + 1200 \quad 0 \leq t \leq 8$$



Observen el punto $(0;1200)$. Si el tiempo es cero, ¿por qué la energía no es cero? ¿Qué interpretación física tiene ese punto?

¿Por qué el gráfico se corta abruptamente en el punto $(8;4000)$ con un punto cerrado en lugar de continuar con una flecha hacia el infinito?

Imaginen que a las 11:00 hs. ($x = 3$) se nubla el cielo por completo y el panel deja de recibir sol, pero el domo sigue encendido gastando el mínimo de energía. ¿Qué pasaría con la recta a partir de ese valor de x ?

La situación que acabamos de estudiar sobre la carga de la batería del domo geodésico — donde partimos de una energía base y fuimos sumando una cantidad constante por cada hora de sol — no es una relación matemática cualquiera. Lo que acabamos de modelar, calcular y graficar es una Función Afín. Entonces:

Una función afín

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se representa a través de una fórmula $f(x) = ax + b$ con $a \neq 0$, a y b que pertenecen a los Reales.

La gráfica de la función afín $f(x) = ax + b$ es una recta de ecuación $y = ax + b$ si sólo si sus coordenadas verifican $y_0 = ax_0 + b$.

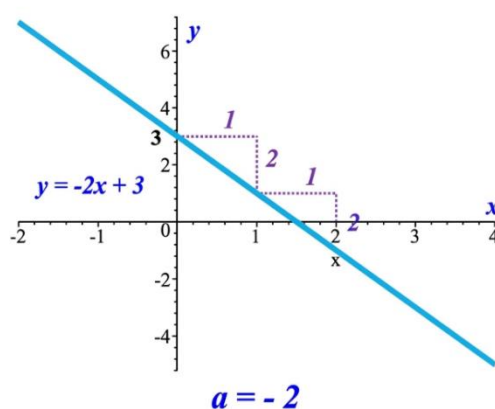
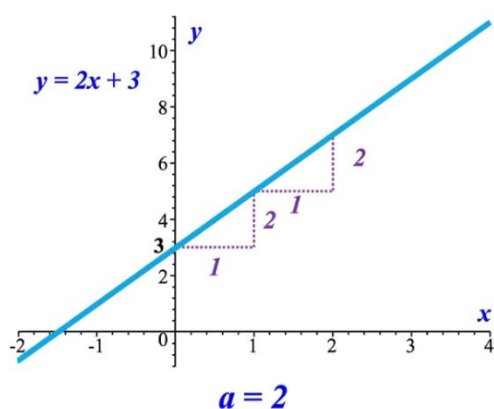
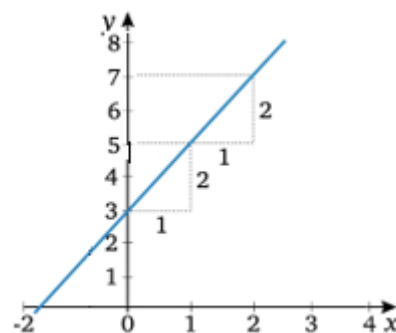
✓ Pendiente y Ordenada al Origen

Consideremos la gráfica de $y = 2x + 3$. En la figura marcamos los puntos $(0; 3)$, $(1; 5)$; $(2; 7)$. Se puede observar que en todos los casos que:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 2 \quad \text{Siendo 2 el valor de } a$$

correspondiente a la recta

Al valor $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$ se lo llama pendiente de la recta e indica la inclinación de la recta respecto al eje x positivo



Gráficamente “a” indica la cantidad de unidades que se desplaza la ordenada y (hacia arriba o hacia abajo) por cada unidad que se desplaza la abscisa x hacia la derecha

La función definida por:

$$f(x) = ax + b \text{ es } \begin{cases} \text{creciente si } a > 0 \\ \text{decreciente si } a < 0 \\ \text{constante si } a = 0 \end{cases}$$

La recta de ecuación $f(x) = ax + b$ corta al eje y en el punto $(0; b)$, es decir, $f(0) = b$, el coeficiente “b” recibe el nombre de Ordenada al origen. Los valores de a y b se llaman parámetros y para cada recta tienen un valor determinado. Si variamos el valor de estos parámetros se obtienen distintas rectas.

Si $b=0$, las ecuaciones $y = ax$ representan rectas que pasan por el origen de coordenadas. Estas funciones se llaman funciones de proporcionalidad directa.

Como $\frac{y}{x} = a$, esto indica que la relación entre x e y es constante, es decir, x e y son proporcionales y el número a es la relación de proporcionalidad.

Una aclaración: en los siguientes gráficos se trazan rectas a pesar de trabajar con variables discretas.

FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Observemos el siguiente ejemplo, que relaciona el número de sacos de papas y el peso de los mismos (en kg)

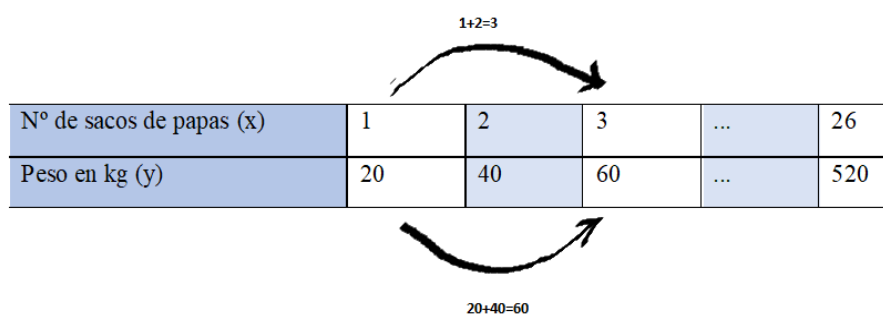
Nº de sacos de papas (x)	1	2	3	...	26
Peso en kg (y)	20	40	60	...	520

Las magnitudes “*número de sacos de papas*” y “*peso en kg*” son directamente proporcionales, ya que existe una relación entre ellos, que cumple que $y = 20 \cdot x$ siendo $k = 20$ la constante de proporcionalidad, representa el peso, en kilos, de una bolsa de papas, en este caso. Es decir, podemos decir que el peso de 1 bolsa de papas es 20 kg.

La representación gráfica de esta *función de proporcionalidad directa* será:



Propiedad 1: a la suma de dos cantidades de sacos de papas, le corresponde la suma de sus correspondientes cantidades de peso.



Propiedad 2: al doble de sacos de papas, le corresponde el doble de cantidad de peso.
 “Al triple, el triple”, “al cuádruple, el cuádruple”, etc.

Nº de sacos de papas (x)	1	2	3	...	26
Peso en kg (y)	20	40	60	...	520

Como se cumplen estas dos propiedades, se dice que la relación entre las dos magnitudes es de proporcionalidad directa.

Es decir, si x es directamente proporcional a y , se cumple que el cociente entre y con x es igual a una constante, que llamaremos k (constante de proporcionalidad).

$$\frac{y}{x} = k$$

FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

“Si 3 hombres necesitan 24 días para hacer un trabajo, ¿cuántos días emplearán 18 hombres para realizar el mismo trabajo, si todos trabajan al mismo ritmo?”

En este caso, a doble número de trabajadores, el trabajo durará la mitad; a triple número de trabajadores, el trabajo durará la tercera parte, etc. Por tanto, las magnitudes tienen una relación de proporcionalidad inversa (también se dice que son inversamente proporcionales)

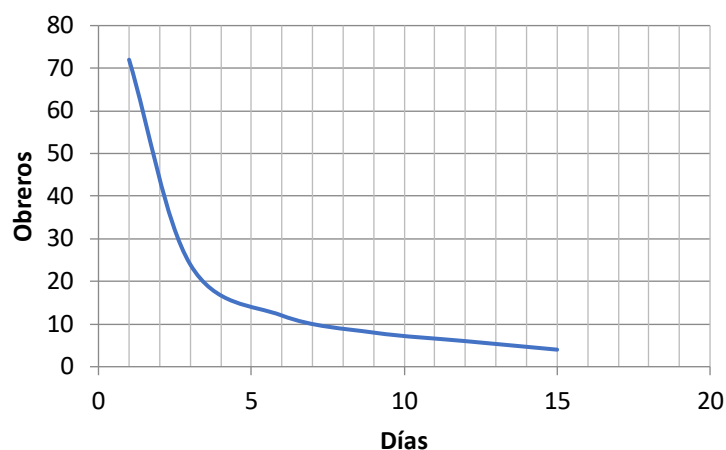
Observemos la tabla:

Hombres (x)	3	6	9	...	18
Días (y)	24	12	8	...	?

De su análisis obtenemos que los productos $3 \cdot 24 = 6 \cdot 12 = 9 \cdot 8 = 72$. Por tanto, para responder a la pregunta planteamos: $18 \cdot x = 72$, y concluimos que los 18 hombres tardarán 4 días en hacer el trabajo.

Nótese que aquí la constante de proporcionalidad, que es $k = 72$, se obtiene multiplicando las magnitudes, y que su producto será siempre igual.

La representación gráfica de esta función de proporcionalidad inversa será:

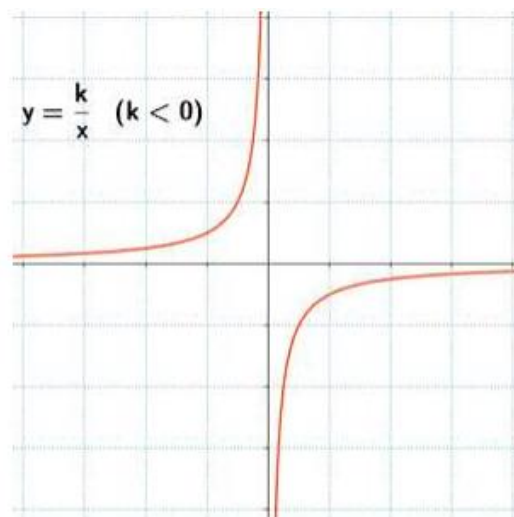
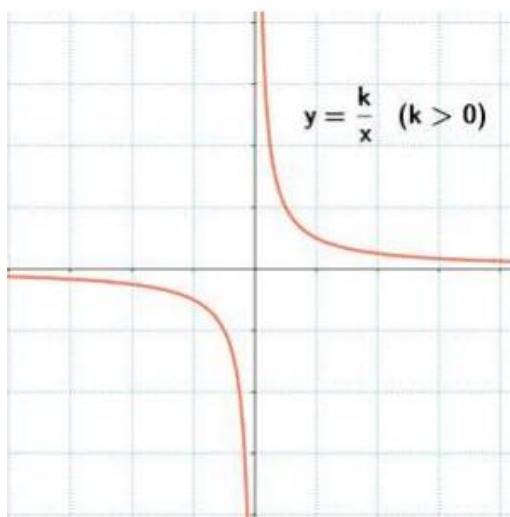


		$\times 3$			
Hombres (x)	3	6	9	...	18
Días (y)	24	12	8	...	?
		$\div 3$			

Al triple de una magnitud, le corresponde el tercio de la otra magnitud. Dos variables son inversamente proporcionales si al aumentar o disminuir una de ellas, la otra disminuye o aumenta en la misma proporción (el mismo número de veces). Es decir, si x es inversamente proporcional a y , se cumple que el producto entre y con x es igual a k (constante de proporcionalidad).

$$y \cdot x = k$$

Relación constante entre dos magnitudes de proporcionalidad inversa



Tipo de Relación	Fórmula	Caso $k > 0$	Caso $k < 0$
Directa	$y = kx$	Recta Creciente. Mismo signo en x e y.	Recta Decreciente. Signos opuestos en x e y.
Inversa	$y = \frac{x}{k}$	Hipérbola (Cuadrantes I y III) Si $x \rightarrow \infty$, $y \rightarrow 0$ por arriba.	Hipérbola (Cuadrantes II y IV) Si $x \rightarrow \infty$, $y \rightarrow 0$ por abajo.

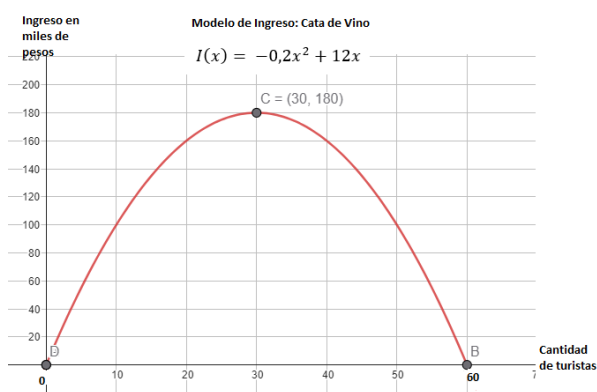
✓ Función Cuadrática

Una pequeña bodega boutique ubicada en Luján de Cuyo, Mendoza, ofrece una exclusiva experiencia de "Cata y Maridaje" los fines de semana. Por cuestiones de espacio y calidad del servicio, el lugar tiene una capacidad máxima de 60 personas.

El departamento de marketing sabe que, si cobran un precio muy alto por la entrada, asistirá poca gente. En cambio, si el precio es muy bajo, el lugar se llenará, pero recaudarán menos de lo que podrían. Tras analizar el comportamiento de los turistas en las últimas temporadas, determinaron que el Ingreso Total diario $I(x)$ (en miles de pesos) depende de la cantidad x de turistas que asisten, según la siguiente función cuadrática:

$$I(x) = -0,2x^2 + 12x$$

Donde x representa el número de turistas presentes en el evento ($0 \leq x \leq 60$)



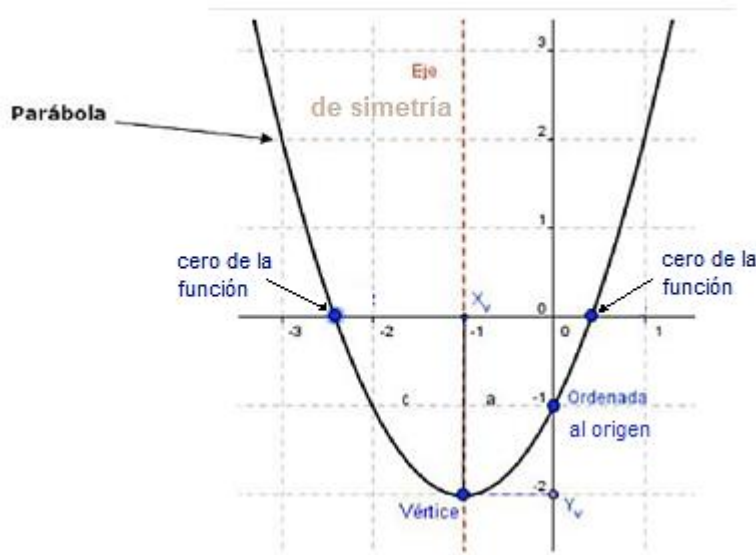
Si un sábado asisten solo 10 turistas debido al mal clima, ¿cuál será el ingreso de la bodega?
Si se completa el cupo máximo de 60 personas, ¿cuánto dinero ingresa? ¿Por qué el ingreso con 60 personas no es el triple que con 10 personas?

Como pudimos observar en el desarrollo y en su representación gráfica, la situación de la bodega mendocina modeliza el comportamiento de una Función Cuadrática.

A diferencia de las relaciones lineales (donde el crecimiento es constante), aquí la variable del ingreso está determinada por un término cuadrático ($-0,2x^2$). Esto es lo que provoca matemáticamente que la gráfica no sea una línea recta, sino una parábola con forma de montaña (cóncava hacia abajo).

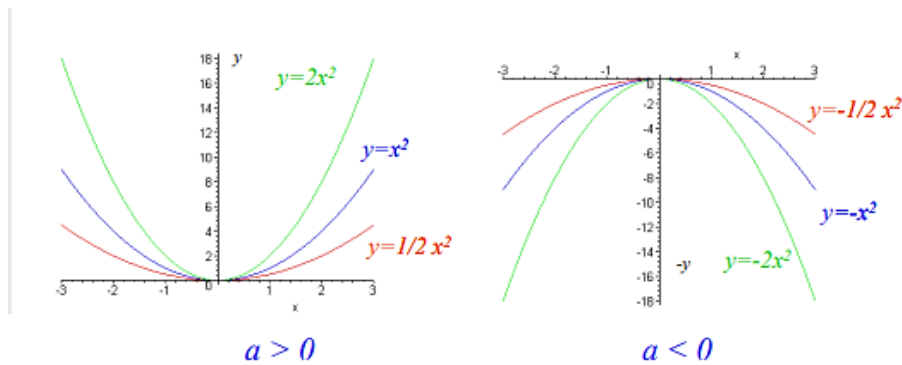
Toda función que puede expresarse de la siguiente forma: $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a , b y c son números reales y $a \neq 0$, se denomina *Función Cuadrática*. Esta forma de escribir a la función cuadrática se denomina polinómica.

El gráfico de una función cuadrática está formado por puntos que pertenecen a una curva llamada parábola. Los elementos que se distinguen en él son:



$$f(x) = ax^2 \quad \text{con} \quad a \in R, a \neq 0$$

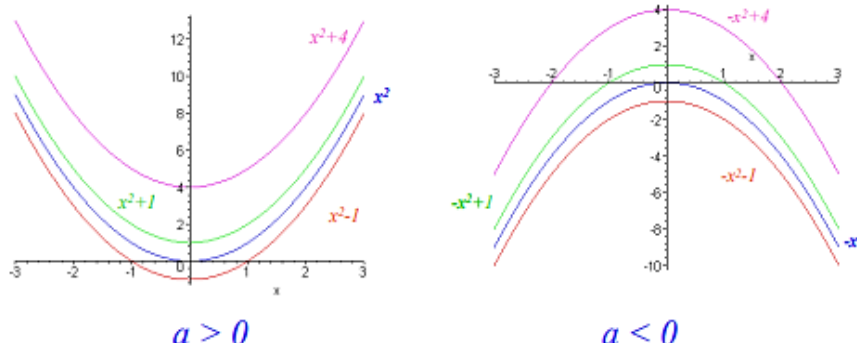
Gráfico de las funciones $y = ax^2$



Como se observa en las gráficas, la función toma el mismo valor para valores opuestos de x , su gráfico es simétrico respecto del eje y . El eje y es el eje de simetría de la parábola; su ecuación es $x = 0$. El único punto que pertenece al eje de simetría y la parábola es el vértice. En estos casos es el punto $V = (0;0)$.

$$f(x) = ax^2 + c \quad \text{con} \quad a, c \in R, a \neq 0$$

Gráfico de las funciones $y = ax^2 + c$



Como se observa en las gráficas, la función se desplaza en forma vertical de acuerdo al parámetro “c” que es el término independiente. Según sea su valor, la parábola interseca con el eje de ordenadas (y)

Resumiendo, los principales elementos de la parábola para el trazado de su gráfica y el posterior análisis

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ es la forma polinómica de la función cuadrática. La gráfica es una parábola.
- La orientación de la parábola depende del signo de “a”

$\begin{cases} a > 0 \text{ ramas hacia arriba} \rightarrow \text{función cóncava hacia arriba} \\ a < 0 \text{ ramas hacia abajo} \rightarrow \text{función cóncava hacia abajo} \end{cases}$

- El eje de simetría viene dado por la recta $x = -\frac{b}{2a}$
- La coordenada “x” del vértice se obtiene: $-\frac{b}{2a}$
- La coordenada “y” del vértice se obtiene analizando la función $ax^2 + bx + c$ en el valor obtenido con $-\frac{b}{2a} \rightarrow f\left(-\frac{b}{2a}\right) = a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c$
- Los puntos de corte (donde la función vale cero) de la parábola con el eje de abscisas (x) viene dado por las dos soluciones de la ecuación cuadrática

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad ; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{Son } (x_1; 0) \text{ y } (x_2; 0)$$

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$

	Discriminante		
Variante	(Δ)	Soluciones Algebraicas	Comportamiento Gráfico
		Dos raíces reales distintas ($x_1 \neq x_2$)	
Caso 1	$\Delta > 0$		Corta al eje x en dos puntos.
			El vértice toca al eje x
Caso 2	$\Delta = 0$	Una raíz real doble ($x_1 = x_2$)	(Tangente).
		No tiene raíces reales (Complejas)	
Caso 3	$\Delta < 0$		No corta ni toca al eje x.

- El punto de corte de la parábola con el eje de ordenadas (y) viene dado por el punto (0; c)

EJEMPLO

El túnel que conecta la localidad de Cacheuta con el perillago de Potrerillos (Ruta Provincial 82) es una obra icónica de la ingeniería vial mendocina. Su estructura abovedada de hormigón está diseñada siguiendo una forma parabólica, lo que permite distribuir de manera óptima las enormes presiones de la roca de la montaña hacia el suelo. La forma de la arcada de entrada se puede modelizar de manera matemáticamente exacta mediante la siguiente función cuadrática en su forma polinómica:



$$f(x) = -\frac{18}{49}x^2 + \frac{18}{7}x \quad \text{donde } x \text{ representa la distancia horizontal en metros}$$

desde el inicio de la base izquierda,

y $f(x)$ representa la altura del techo del túnel en metros en ese punto

¿Como podemos graficar sin tabla de valores, usando los elementos?

Extraer los Coeficientes e identificar la Concavidad

$$a = -\frac{18}{49} \quad b = \frac{18}{7} \quad c = 0$$

Como a es negativo ($a < 0$), sabemos de antemano que la parábola es cóncava hacia abajo (tiene forma de montaña). En el gráfico, esto nos asegura que buscaremos un punto máximo.

Calcular la ordenada al origen

Se evalúa la función en cero ($x = 0$), lo que equivale analíticamente a tomar el valor del coeficiente c . Marcamos un punto directamente en el origen de coordenadas: $(0; 0)$

Calcular los Ceros (Cortes con el eje x)

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$
$$x_1, x_2 = \frac{-\left(\frac{18}{7}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{18}{7}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{18}{49}\right) \cdot 0}}{2 \cdot \left(-\frac{18}{49}\right)} \quad x_1 = 0 \quad x_2 = 7$$

Esto ya nos define analíticamente que la base del túnel mide 7 metros de ancho.

Calcular el Eje de Simetría

Usamos la fórmula matemática: $x = -\frac{b}{2 \cdot a}$

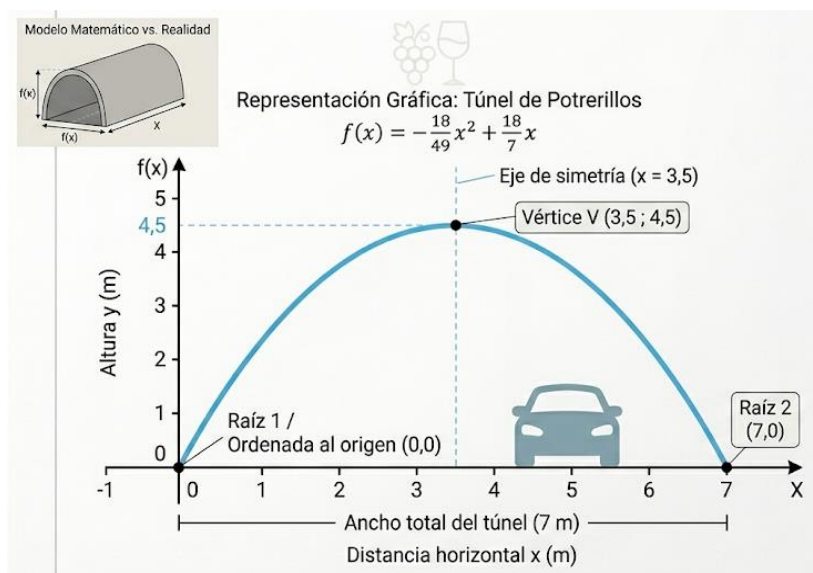
$$x = -\frac{\frac{18}{7}}{2 \cdot \left(-\frac{18}{49}\right)} = 3,5$$

Buscamos el 3,5 en el eje x (justo en el medio entre 0 y 7) y trazamos una línea vertical punteada.

Calcular la Altura Máxima y el Vértice

Reemplazamos el valor del eje de simetría ($x = 3,5$) en la función original.

$f(3,5) = 4,5$ Por lo tanto, el vértice es $V(3,5; 4,5)$



HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS PARA GRAFICAR FUNCIONES



Para profundizar, validar y explorar de forma dinámica el comportamiento de las funciones matemáticas (como la parábola del Túnel de Potrerillos), existe un software educativo de acceso libre sumamente potente llamado GeoGebra.

¿Cómo utilizar GeoGebra para representar funciones?

Para que den sus primeros pasos con esta herramienta, les comparto el siguiente [Manual Oficial de Uso de GeoGebra](https://drive.google.com/file/d/0B_OqiLWIyFMRODBhMTYxNzktYTBhOS00NzVhLTg4N2MtNGM2Y2VjZDdlOTFh/view?resourcekey=0-Lb09Z4qqvdYiz50sYBKd4w) donde encontrarán guías prácticas y tutoriales sencillos.

https://drive.google.com/file/d/0B_OqiLWIyFMRODBhMTYxNzktYTBhOS00NzVhLTg4N2MtNGM2Y2VjZDdlOTFh/view?resourcekey=0-Lb09Z4qqvdYiz50sYBKd4w

Capacidad: Resolver ecuaciones e inecuaciones lineales en contextos diversos, justificando procedimientos y resultados.

Contenidos:

- Ecuaciones e inecuaciones de primer grado y sus posibles soluciones.
- Propiedades de igualdad y desigualdad.
- Métodos algebraicos de resolución.
- Interpretación gráfica de soluciones.
- Intervalos reales.

Aprendizajes Base:

- Construcción de ecuaciones lineales con una variable para resolver problemas analizando soluciones.
- Obtención de expresiones algebraicas equivalentes acudiendo a propiedades para resolver situaciones que requieran el uso de ecuaciones de primer grado.
- Utilización de ecuaciones e inecuaciones en $\mathbb{Q}$ para generalizar y construir modelos transferibles a distintos contextos.

Introducción_

Para resolver problemas de cualquier índole, de la vida cotidiana, de las ciencias, de ingeniería, de ciencias sociales, generalmente se utilizan herramientas de modelización matemática. Pero, ¿cuál es el significado de modelizar matemáticamente una situación problemática? Un modelo es una representación selectiva y simplificada de la realidad. El modelo es una representación porque sustituye a la realidad. Se construye primero en la mente de la persona, a partir de la percepción del sistema real. Luego puede volcarlo a un esquema, una maqueta, fórmulas matemáticas, enunciados verbales, entre otros. La

representación es selectiva y simplificada, porque no toma todos los elementos de la realidad, sino sólo los que nos parecen importantes.

ECUACIONES

Una ecuación puede definirse como una función proposicional: Al reemplazar su o sus variables por un número del dominio, la expresión se transforma en una proposición que resultará verdadera o falsa.

Las ecuaciones se convierten en igualdades verdaderas o falsas una vez que la o las variables se reemplazan por números.

- Conjunto Solución: Es el conjunto de todos los valores de la o las variables que hacen verdadera la igualdad.

Los términos tienen tres partes importantes:

- El coeficiente (que puede ser cualquier número real)
- La parte literal (variable)
- La operación que los une (multiplicación)

$$\begin{array}{c} \text{primer miembro} \qquad \qquad \qquad \text{2º miembro} \\ \hline 4x - 7 = 5 + 3x \\ \hline \text{Términos} \end{array}$$

✓ Ecuaciones de primer grado

Una **ecuación de primer grado** (también llamada lineal) es aquella en la cual la incógnita aparece elevada a la primera potencia, y no está dentro de radicales ni en denominadores con variables.

La forma general es:

$$ax + b = cx + d \quad \rightarrow \text{donde } a, b, c \text{ y } d \in \mathbb{R} \text{ con } a \text{ y } c \neq 0$$

Ejemplos:

- $x - 2 = 17$, es una igualdad siempre y cuando $x = 19$
- $3x + 2 = 7$, es una igualdad siempre y cuando $x = 5/3$

Los valores de la incógnita x que hacen que la ecuación se convierta en una proposición verdadera, se denominan soluciones de la misma.

El proceso de determinar las soluciones se denomina resolución de la ecuación.

Ejemplo

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}x + 2 &= \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2}x + 2 - 2 &= \frac{3}{4} - 2 \longrightarrow \text{Restamos 2 en ambos miembros} \\ \frac{1}{2}x &= -\frac{5}{4} \longrightarrow \text{Luego de operar, nos queda} \\ \frac{1}{2}x \cdot 2 &= -\frac{5}{4} \cdot 2 \longrightarrow \text{Multiplicamos por 2 en ambos miembros} \\ x &= -\frac{10}{4} \longrightarrow \text{Luego de operar, nos queda} \\ x &= -\frac{5}{2} \longrightarrow \text{simplificamos}\end{aligned}$$

¿QUÉ SUCEDE CUANDO EN LA ECUACIÓN LA INCÓGNITA APARECE MÁS DE UNA VEZ?

Debemos agrupar los términos semejantes. Cuando dos términos poseen la misma variable y exponente se los denominan términos semejantes. Entonces ¿Cómo se resuelve una ecuación en la que aparece más de una vez la incógnita?

Esta vez, vamos a agrupar los términos semejantes y reducirlos antes de desarrollar la ecuación:

**RECUERDA
SEPARAR
EN
TÉRMINOS**

Ejemplo:

$$\begin{aligned}\text{1. } 8x(-5) + 2x &= 25 \\ 8x + 2x &= 25 + 5 \\ 10x &= 30 \\ x &= 30 : 10 = 3\end{aligned}$$

Agrupamos los términos semejantes transponiéndolos

POSIBLES SOLUCIONES DE UNA ECUACIÓN DE PRIMER GRADO

Las ecuaciones de primer grado en una variable pueden tener tres situaciones:

- ✓ **Ecuación compatible determinada** (solución única)

Ejemplo:

$$5x - 10 = 0$$

Resolviendo: $5x = 10 \Rightarrow x = 2$

La solución es única: $x = 2$

- ✓ **Ecuación compatible indeterminada** (Infinitas soluciones. Ambos miembros son equivalentes).

Ejemplo:

$$2x + 6 = 2(x + 3)$$

Desarrollando: $2x + 6 = 2x + 6$

Esto es una identidad: cualquier valor de x la satisface.

Por lo tanto, el conjunto solución es: El conjunto de los números Reales (R)

- ✓ **Ecuación incompatible** (cuando se obtiene una contradicción).

Ejemplo:

$$4x + 3 = 4x - 5$$

Restando $4x$ a ambos miembros, tenemos que $3 = -5$, lo cual es falso.

No existe valor de x que lo cumpla.

El conjunto solución es el **conjunto vacío**: $\emptyset$

Observación:

Esto muestra que no siempre una ecuación tiene una sola solución. Por eso es

clave hablar de **posibles soluciones** y verificar los resultados.

ECUACIÓN MODULAR O CON VALOR ABSOLUTO

Es una ecuación en donde las variables se ven afectadas por valor absoluto. En este caso hay que distinguir las distintas posibilidades de la expresión afectada por el valor absoluto, para poder plantear las ecuaciones equivalentes para hallar todas las posibles soluciones.

Por ejemplo, si la ecuación es

$$|x| = 3 \text{ entonces } x = 3 \text{ o bien } x = -3$$

Por ejemplo, si la ecuación es

$$|5x + 2| = 3 \text{ entonces: } 5x + 2 = 3 \quad \text{o bien} \quad 5x + 2 = -3$$

Y luego se resuelven ambas ecuaciones y así se encuentran las soluciones posibles para dicha ecuación.

INTERVALOS

Uso de paréntesis y corchetes en intervalos

Al expresar el conjunto solución de una inecuación mediante intervalos, se utilizan paréntesis o corchetes según el extremo pertenezca o no al conjunto.

- **Corchete []** significa que el extremo **sí está incluido**.
- **Paréntesis ()** significa que el extremo **no está incluido**.

Coloquialmente:

- el corchete puede interpretarse como:
“incluyendo ese valor” o “con ese valor adentro”.
- el paréntesis puede interpretarse como:
“sin incluir ese valor” o “sin llegar a tomarlo”

INECUACIONES

Una **inecuación** es una desigualdad entre dos expresiones algebraicas que se cumple para un conjunto de valores de la incógnita.

En lugar del signo “=”, aparecen los signos:

“<” “≤” o “≥” “>” (dependiendo del sentido de su apertura)

Ejemplo inicial:

$X + 2 < 5$ Esta desigualdad es verdadera para todos los valores de x menores que 3.

✓ Inecuaciones de primer grado

Una **inecuación lineal de primer grado** es aquella en la que la variable aparece de forma lineal (a la primera potencia).

Su forma general es:

$ax + b <, \leq, c$ (recordar que pueden ser los mismos signos $\geq >$, dependiendo el sentido de la apertura)

donde $a, b, c \in \mathbb{R}$ $a \neq 0$.

Ejemplos:

$$2x - 1 < 5$$

$$-3x + 4 \geq 7$$

- **Posibles soluciones de una inecuación**

A diferencia de las ecuaciones, las inecuaciones suelen tener **infinitos valores como solución**, organizados en intervalos.

a) Una inecuación cuya solución es un intervalo no acotado

Ejemplo:

$$2x + 1 \leq 7$$

Resolviendo: $2x \leq 6 \Rightarrow x \leq 3$

La solución es el **intervalo**: $(-\infty, 3]$

b) Una inecuación sin solución

Ejemplo:

$$x + 2 < x - 5$$

Restando x a ambos miembros, tenemos $2 < -5$, lo cual es falso.

No hay ningún número real que cumpla la condición.

El conjunto solución es $\emptyset$

c) Una inecuación con todo el conjunto de los números Reales como solución

Ejemplo:

$$x + 3 \geq x - 5$$

Restando x a ambos miembros, tenemos $3 \geq -5$, lo cual es siempre cierto.

Por lo tanto, cualquier número real satisface la inecuación.

El conjunto solución es: El conjunto de los números Reales ($\mathbb{R}$)

d) Una inecuación cuya solución es un intervalo acotado

Ejemplo:

$$-6 < x + 2 < 8$$

Resolviendo: $-8 < x < 6$

La solución es el **intervalo** $(-8,6)$

Representación de soluciones de acuerdo a $<$, $\leq$ y si es acotado o no acotado

ACOTADOS

inecuaciones	Solución en notación de intervalo	Representación gráfica de la solución
$a < x < b$	(a, b)	
$a \leq x < b$	$[a, b)$	
$a < x \leq b$	$(a, b]$	
$a \leq x \leq b$	$[a, b]$	

NO ACOTADOS

Solución de la inecuación	Solución en notación de intervalo	Representación gráfica de la solución
$x < a$	$(-\infty, a)$	
$x \leq a$	$(-\infty, a]$	
$x > a$	$(a; \infty)$	
$x \geq a$	$[a; \infty)$	

Capacidad: Analizar situaciones geométricas que involucren semejanza, perímetro, área y relaciones trigonométricas en triángulos rectángulos.

Contenidos:

- Condiciones y criterios de semejanza.
- Cálculo de perímetro y área.
- Aplicación del teorema de Pitágoras.
- Uso de herramientas tecnológicas para construcción y visualización de triángulos rectángulos.

Aprendizajes Base:

- Exploración de situaciones en las que hay que estimar y calcular medidas, eligiendo la unidad más conveniente
- Análisis de perímetro y área de figuras poligonales, incluyendo la relación entre áreas de figuras semejantes y compuestas, así como el cálculo de áreas sombreadas en diferentes contextos.
- Uso de la relación pitagórica como herramienta para resolver problemas que involucren triángulos rectángulos, tanto en contextos geométricos como en situaciones prácticas.

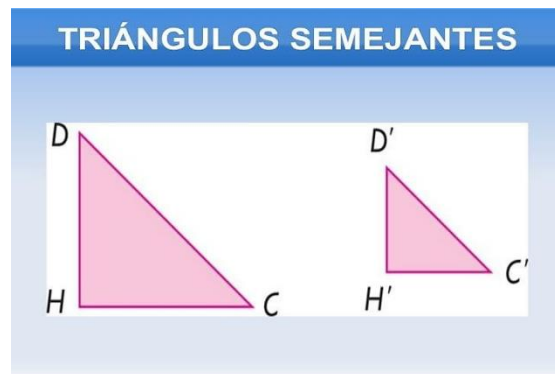
SEMEJANZA

Dos figuras son semejantes cuando sus ángulos correspondientes tienen la misma amplitud y las longitudes de sus lados correspondientes son proporcionales. En otras palabras, conservan la misma forma, aunque pueden tener distintas dimensiones

Las figuras semejantes que tienen además el mismo tamaño (iguales dimensiones) son congruentes.

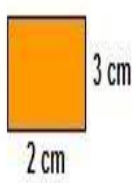
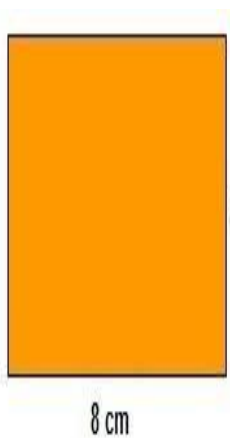
En la siguiente figura, observamos dos triángulos semejantes, ya que sus ángulos correspondientes tienen la misma amplitud y las longitudes de sus lados correspondientes

guardan una misma proporción. En este caso, el segundo triángulo es una reducción del primero: sus dimensiones son menores, pero mantiene la misma forma.



A continuación, se observan dos rectángulos semejantes, ya que tienen la misma forma, pero lados homólogos diferentes que hacen cambiar el tamaño. La proporcionalidad de los lados debe cumplirse en todas sus medidas homólogas.

✓ **Cálculo de la constante o razón de proporcionalidad:**



$$K = \frac{\text{lado mayor}}{\text{lado menor}}$$

Los lados menores de los rectángulos miden 8 cm y 2 cm, mientras que los mayores miden 12 cm y 3 cm respectivamente. Por lo que la constante de proporcionalidad será 4

$$K = \frac{\text{lado mayor}}{\text{lado menor}} = \frac{8 \text{ cm}}{2 \text{ cm}} = 4$$

$$K = \frac{\text{altura mayor}}{\text{altura menor}} = \frac{12 \text{ cm}}{3 \text{ cm}} = 4$$

Esto significa que, la longitud de todos los lados homólogos en el rectángulo de menor tamaño disminuye 4 veces con respecto a la longitud de los lados del rectángulo de mayor tamaño.

CRITERIOS DE SEMEJANZA ENTRE TRIÁNGULOS.

Los **criterios de semejanza** de dos triángulos son condiciones necesarias y suficientes; es decir, si se cumplen, tendremos la seguridad de que los triángulos son semejantes.

Dos triángulos son semejantes si sus ángulos tienen la misma medida uno a uno y las



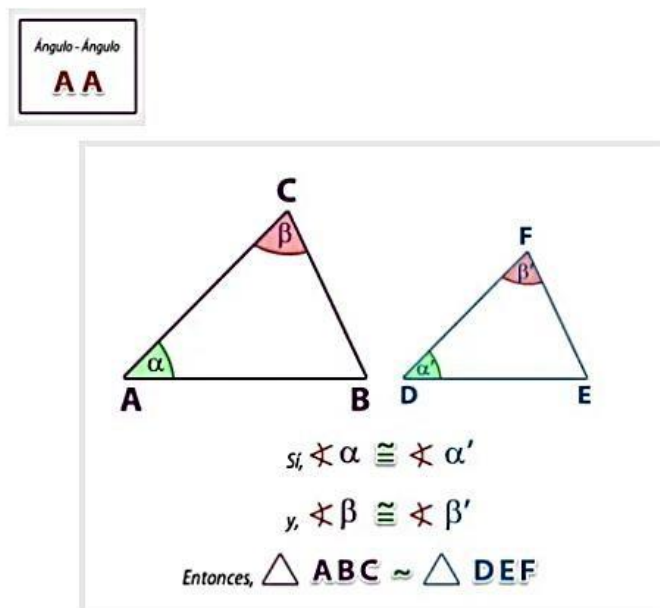
longitudes de los lados opuestos a dichos ángulos es proporcionales.

En los triángulos semejantes, los ángulos congruentes (de igual medida) y los lados proporcionales reciben el nombre de homólogos.

Para determinar la semejanza entre dos triángulos existen tres criterios:

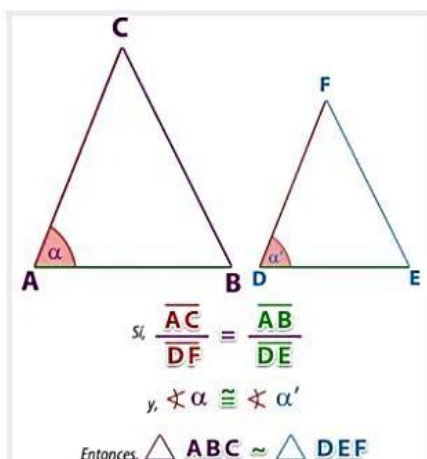
✓ **Primer Criterio:**

Dos triángulos son semejantes si tienen dos de sus ángulos interiores, respectivamente, de igual amplitud.



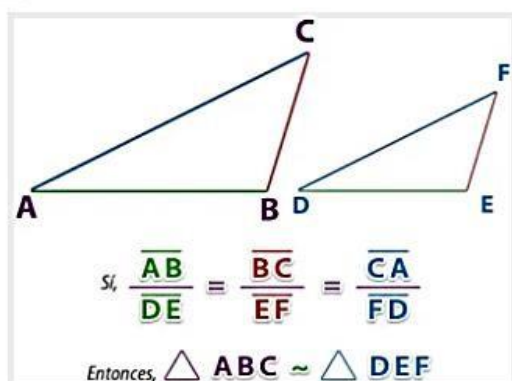
✓ **Segundo Criterio**

Dos triángulos son semejantes si dos de sus lados son proporcionales, respectivamente, y los ángulos formados por ambos pares de lados son congruentes.



Tercer Criterio

Dos triángulos son semejantes si sus tres lados son, respectivamente, proporcionales.



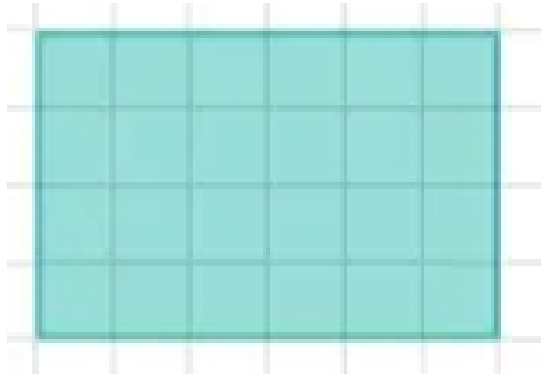
PERÍMETRO Y ÁREA

✓ Cálculo de perímetros:

En muchas oportunidades es necesario conocer la longitud de un contorno, por ejemplo, de una cerca, para saber cuántos listones de madera harán falta para construirla; la cantidad de alambre que se debe comprar para alambrar un campo; el largo de una cinta para hacer el reborde de un mantel o de una prenda de vestir. Cuando hablamos de la longitud de un contorno hacemos referencia al *perímetro*.

El perímetro de una figura es la longitud del contorno de la misma. Se obtiene mediante la suma de las medidas de todos sus lados. Para calcular el perímetro, todos los lados deben estar expresados en la misma unidad de medida.

Ejemplo:



En el siguiente rectángulo consideramos que la longitud de los lados de cada cuadradito mide 1cm, entonces sus lados miden: base = 6cm y altura = 4cm. Por lo tanto, su perímetro será:

$$\text{Perímetro} = 6\text{cm} + 4\text{cm} + 6\text{cm} + 4\text{cm} = 20\text{cm}$$

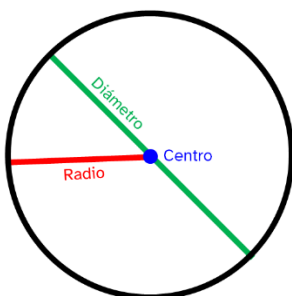
$$P = 20\text{cm}$$

CASO ESPECIAL

“El perímetro de una CIRCUNFERENCIA”

La circunferencia es la línea formada por todos los puntos del plano que se encuentran a una misma distancia de un punto fijo, llamado centro. Esa distancia se denomina radio.

El perímetro de una circunferencia, también llamado longitud de la circunferencia, se calcula con la fórmula $P = 2 \cdot \pi \cdot r$ (donde r es la longitud del radio) o $P = \pi \cdot d$ (donde d es la longitud del diámetro). Se multiplica “ d ” por el valor de π (aproximadamente 3,14159265) para obtener la longitud del contorno del círculo.



$$P = \pi \cdot d$$

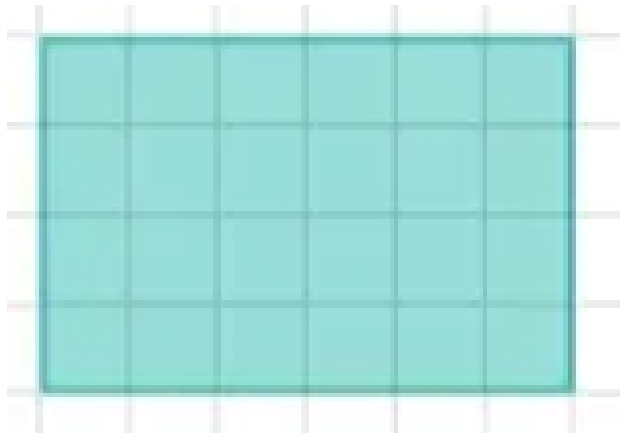
$$P = 2 \cdot \pi \cdot r$$

✓ **Cálculo de áreas:**

En matemática y geometría, el área es una medida que se utiliza para cuantificar la extensión de una superficie bidimensional, como un rectángulo, un triángulo, un círculo o cualquiera otra forma geométrica plana.

El área se expresa en unidades cuadradas, como metros cuadrados (m^2) o centímetros cuadrados (cm^2). Se calcula mediante fórmulas específicas para cada figura geométrica, dependiendo de sus características.

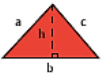
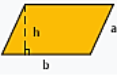
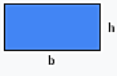
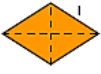
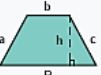
Ejemplo:



Si queremos obtener el área de la figura del ejemplo anterior, podemos contar los cuadraditos y observar que en total son 24. Y como cada cuadradito es de lado 1cm , entonces cada cuadradito tiene por área 1cm^2 . Luego el rectángulo total tiene un área de 24 cm^2



FÓRMULAS DE ÁREAS Y DEFINICIONES DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

NOMBRE	FIGURA	ÁREA
TRIÁNGULO Es la porción de plano limitada por tres segmentos de recta.		$A = \frac{b \times h}{2}$ b: base h: altura
PARALELOGRAMO Cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos.		$A = b \times h$ b base h altura
CUADRADO Cuadrilátero cuyos cuatro lados son congruentes y cuyos cuatro ángulos son rectos		$A = l^2$ l: medida del lado
RECTÁNGULO Cuadrilátero cuyos cuatro lados forman ángulos rectos entre sí. Los lados opuestos tienen la misma longitud.		$A = b \times h$ b base h altura
ROMBO Cuadrilátero cuyos cuatro lados son congruentes.		$A = \frac{D \times d}{2}$ D: diagonal mayor d: diagonal menor
TRAPECIO Cuadrilátero que tiene dos de sus lados paralelos y los otros dos no lo son. Los lados paralelos se llaman: base mayor (B) y base menor (b).		$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$ B base mayor b base menor h altura
POLÍGONO REGULAR Porción de plano limitada por segmentos de recta, todos sus lados y ángulos son congruentes.		$A = \frac{P \cdot a}{2}$ $A = \frac{n \cdot l \cdot a}{2}$ P: perímetro a: apotema n: número de lados l: medida del lado
CÍRCULO Región del plano formada por todos los puntos cuya distancia al centro es menor o igual que r, donde r representa la longitud del radio.		$A = \pi \cdot r^2$ $\pi = 3,1415 \dots \approx 3,14$ r: radio del círculo

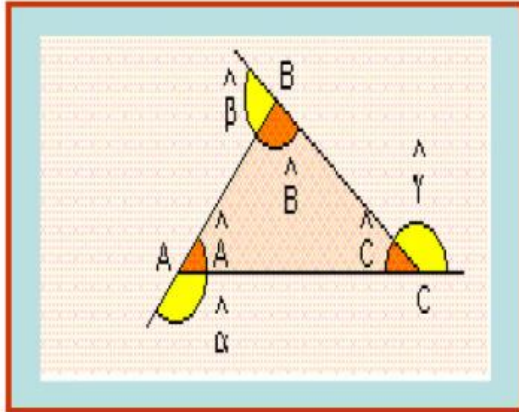
TRIÁNGULOS

El estudio de las propiedades de los triángulos, es fundamental porque constituyen la base de toda la geometría, por varias razones, por ejemplo:

Cualquier polígono de más de tres lados puede descomponerse en triángulos, esto permite calcular áreas de polígonos complejos. Por otro lado, las propiedades de los triángulos permiten calcular medidas desconocidas a partir de datos limitados, el estudio de sus ángulos y lados permite medir distancias inaccesibles. Es la base de sistemas de posicionamiento (GPS), navegación marítima y topografía. A diferencia de figuras como

los cuadrados, el triángulo es el único polígono que no se deforma cuando se le aplican fuerzas, lo que lo hace indispensable para sostener puentes, grúas y techos.

Todo triángulo posee tres vértices, tres lados, tres ángulos interiores y tres ángulos exteriores.



Vértices:	A, B, C
Lados:	$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$
Ángulos interiores:	$\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$
Ángulos exteriores:	α , β , γ

✓ **Algunas propiedades de los triángulos son:**

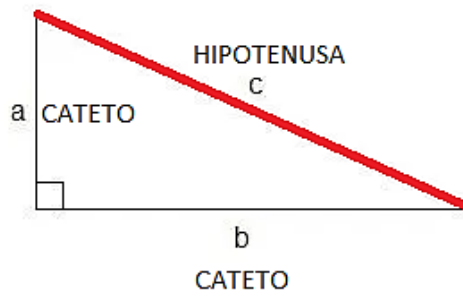
- **Suma de las medidas de los ángulos interiores:** La suma de las amplitudes de los tres ángulos internos de un triángulo, siempre es igual a 180° ; ($\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$)
- **Suma de las medidas de los ángulos exteriores:** La suma de las amplitudes de los tres ángulos exteriores de un triángulo, siempre es igual a 360° ; ($\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} = 360^\circ$)
- **Desigualdad triangular:** La suma de las longitudes de dos lados cualesquiera siempre debe ser mayor que la longitud del tercer lado; ($AB + BC > CA$).
- **Ángulo exterior:** La amplitud de cada ángulo exterior de un triángulo, es igual a la suma de las amplitudes de los dos ángulos interiores no adyacentes a él; ($\hat{\alpha} = \hat{B} + \hat{C}$).
- **Relación lado-ángulo:** El lado de mayor longitud siempre se opone al ángulo de mayor amplitud, y viceversa.

✓ **Clasificación de los triángulos.**

Clasificación de triángulos según sus lados	
Escalenos	Isósceles
	
Tienen tres lados no congruentes	Tienen al menos dos lados congruentes
	Caso particular: Equilátero
	
	Tienen los tres lados congruentes

Clasificación de triángulos según sus ángulos		
Acutángulos	Rectángulos	Obtusángulos
		
Tienen sus tres ángulos interiores agudos	Tienen un ángulo interior recto	Tienen un ángulo interior obtuso

Un **triángulo rectángulo** es aquel que tiene uno de sus ángulos interiores con medida igual a 90° . En estos triángulos, los lados reciben nombres particulares: se llama **hipotenusa** al lado mayor del triángulo, que es el opuesto al ángulo recto; y **catetos** a los otros dos lados que forman al ángulo recto.



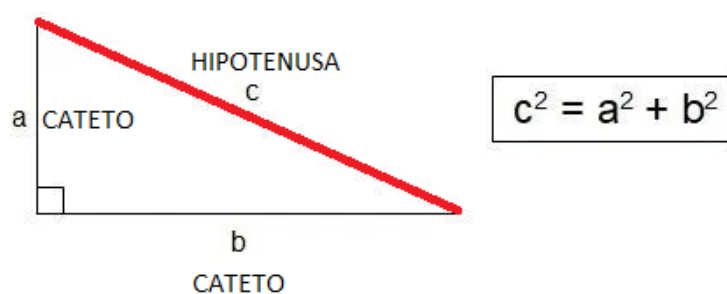
Considerando los tres lados de un triángulo rectángulo, hay que diferenciar:

- Los catetos: Lados que forman el ángulo recto (de 90°)
- La hipotenusa: Es el lado de mayor longitud y opuesto al ángulo recto.

TEOREMA DE PITÁGORAS

En los triángulos rectángulos, se establece una relación entre sus lados definida como “el Teorema de Pitágoras”, atribuida al filósofo y matemático griego Pitágoras de Samos, que dice lo siguiente:

Enunciado del Teorema de Pitágoras: “En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la **HIPOTENUSA** es igual a la suma de los cuadrados, de las longitudes, de los **CATETOS**”

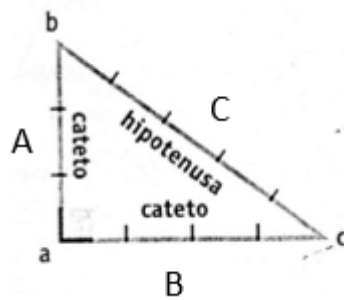


Aplicación:

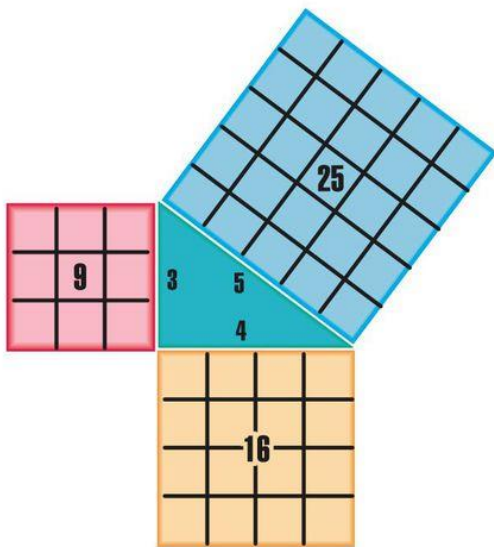
El Teorema de Pitágoras nos permite averiguar alguna de las longitudes de cualquier lado desconocido en todo triángulo rectángulo, siempre que conozcamos las longitudes de los otros dos lados

Ejemplo:

En el triángulo rectángulo de la figura, la hipotenusa C mide 5 unidades y los catetos A y B miden 3 y 4 unidades respectivamente.



Si construimos un cuadrado sobre cada uno de los lados del triángulo, y tomamos como unidad de área, el “cuadrado”, observamos que: $C^2 = 25$ $A^2 = 9$ $B^2 = 16$



La suma de las áreas de los cuadrados contruidos sobre los catetos, es igual al área del cuadrado contruido sobre la hipotenusa.

$$C^2 = A^2 + B^2$$

$$25 = 9 + 16$$

Si en el triángulo del ejemplo anterior no conociéramos la medida del cateto “ $\bar{A}$ ”, sabiendo que el cateto $\bar{B} = 4$ y la hipotenusa $\bar{C} = 5$, lo encontraríamos utilizando la fórmula:

$$\bar{A} = \sqrt{\bar{C}^2 - \bar{B}^2}$$

Reemplazando los valores conocidos, obtenemos el valor desconocido de $\bar{A}$:

$$\bar{A} = \sqrt{\bar{C}^2 - \bar{B}^2}$$

$$\bar{A} = \sqrt{5^2 - 4^2}$$

$$\bar{A} = \sqrt{25 - 16}$$

$$\bar{A} = \sqrt{9}$$

$$\bar{A} = 3 \text{ Tomamos la raíz positiva}$$

✓ **Herramientas tecnológicas para la construcción y visualización de triángulos rectángulos.**

Las herramientas tecnológicas permiten transformar el aprendizaje de conceptos abstractos en experiencias interactivas y visuales, que permiten manipular las representaciones gráficas de figuras, permitiendo modificar sus dimensiones y formas lo que posibilita comprobar las distintas propiedades, conectando de manera interactiva a la geometría con el álgebra.

Estas herramientas nos posibilitan lograr mayor precisión y ahorrar tiempo en la construcción por lo cual resultan ser muy útiles.

Entre ellas, GEOGEBRA es una de las herramientas más utilizadas, por ser muy accesible, amplia y amigable en cuanto a sus posibilidades y de uso bastante intuitivo.

(tal como se compartió el enlace en el apartado correspondiente a “Álgebra y funciones”, puedes utilizarlo)

Puedes descargar la versión en App para tu celular o computadora o bien recurrir a la versión online en el siguiente enlace: <https://www.geogebra.org/classic?lang=es-AR>

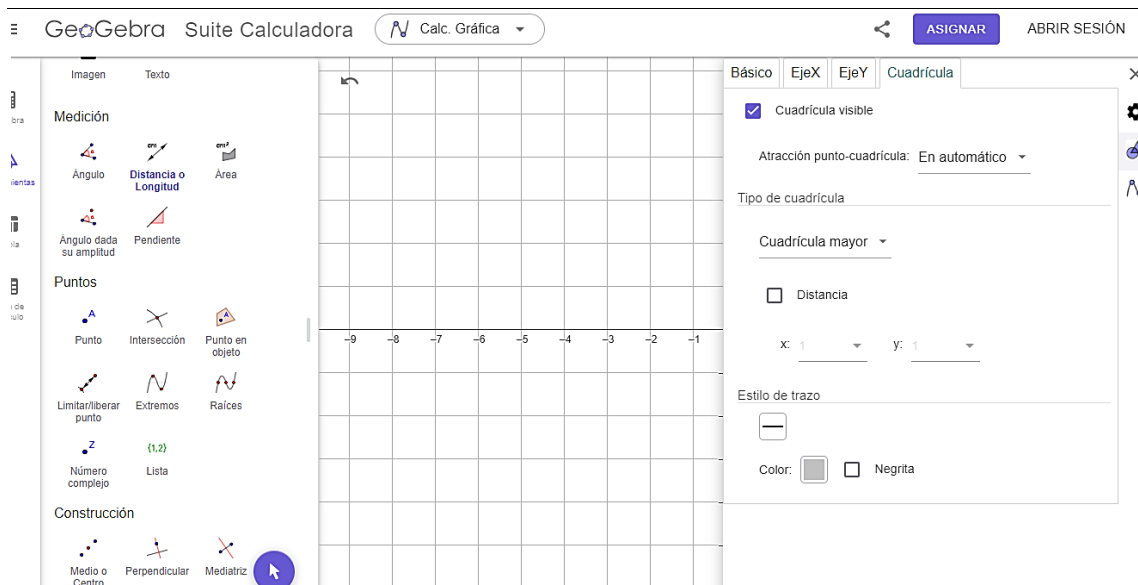
A continuación, te indicaremos los pasos para construir un triángulo rectángulo en

GeoGebra:

1. Configuración inicial en GeoGebra

Activar la cuadrícula y los ejes

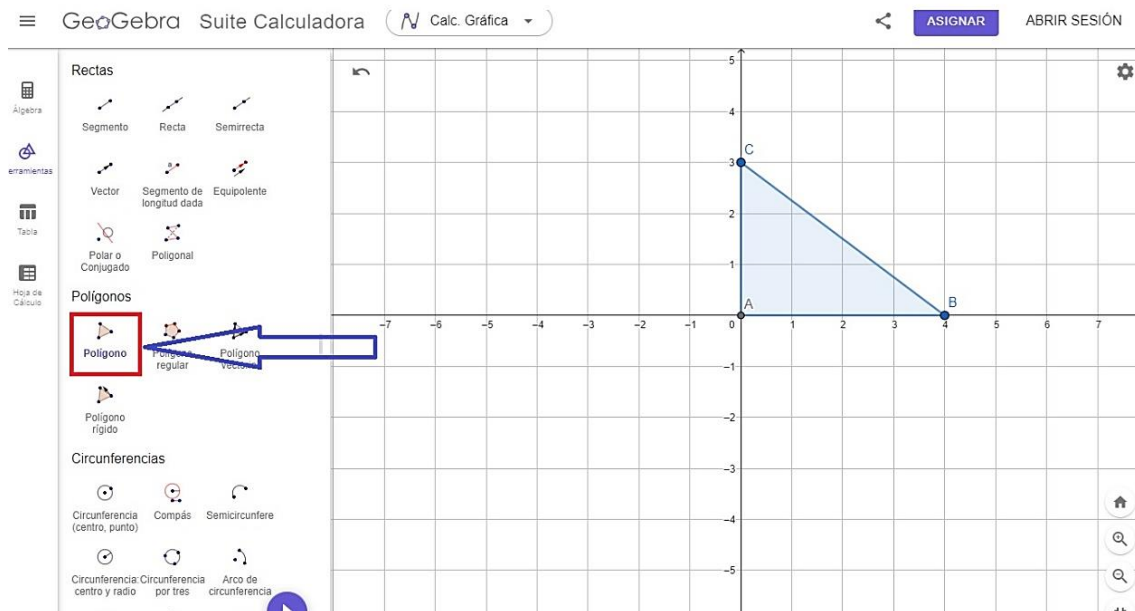
1. En la esquina superior derecha, hacer clic en el icono de "Ajustes" ubicado en la esquina superior derecha (⚙).
 2. **Activar los ejes y cuadrícula:**
 - En la ventana "Vista General" → "Ejes" y asegurarse de que esté marcada.
 - En la ventana "Vista General" → "Cuadrícula" y activarla.
 - En la ventana "Vista General" → "Tipo de cuadrícula" → "Cuadrícula mayor".
 - En la ventana "Vista General" → "Distancia o Longitud" → "En automático" y desactivar la opción. Luego, escribir 1 en cada configuración para Eje X y Eje Y.
 3. **Configurar la cantidad de decimales:**
 - Ir a "Ajustes" → "General" → "Redondeo" y seleccionar 10 cifras decimales.
-



2. Construcción del triángulo rectángulo con base igual a 4 y altura igual a 3

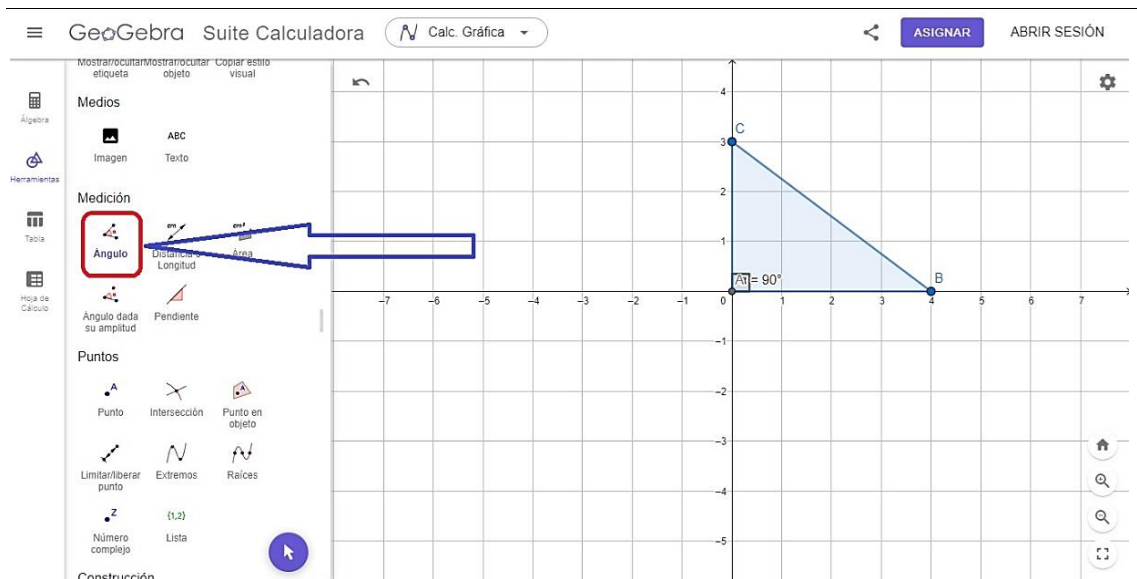
1. Seleccionar la herramienta "Polígono" y colocar sus vértices en:

- $A = (0,0)$ (es decir, donde se cruzan los ejes X e Y).
- $B = (4,0)$ (es decir, marcar en el 4 sobre el Eje X).
- $C = (0,3)$ (es decir, marcar en el 3 sobre el Eje Y).
- Para finalizar la construcción del triángulo volver a marcar en el punto A.



2. Verificar que el triángulo es rectángulo en A:

- Abrir más opciones con "MÁS", buscar la sección de "Medición" y seleccionar "Ángulo".
- Hacer clic en los puntos en orden B, A, C y comprobar que el ángulo es 90° .



Se puede observar que el triángulo ABC construido es un triángulo rectángulo, dado que tiene uno de sus ángulos interiores recto, el ángulo BAC

Capacidad: Interpretar y comunicar información estadística y probabilística mediante gráficos, medidas de tendencia central y análisis de datos en contextos reales.

Contenidos:

- Representación gráfica de datos (barras, sectores).
- Medidas de tendencia central (media, mediana, moda).
- Conceptos y cálculos básicos de probabilidad.
- Análisis e interpretación de datos en contextos prácticos.
- Cálculo de probabilidades vía fórmulas y métodos empíricos.

Aprendizajes Base:

- Identificación de variables estadísticas e interpretación de la información presentada en tablas y gráficos.
- Interpretación del significado de las medidas de tendencia central (media, mediana y moda) para describir datos en estudio (datos simples), y representación gráfica de la información para facilitar su análisis y comunicación.
- Análisis de datos para el estudio de fenómenos y toma de decisiones teniendo en cuenta la representatividad de la muestra.
- Determinación de la probabilidad de sucesos en contextos variados como geométricos, situaciones de juego, utilizando fórmulas para el conteo de los casos favorables y los casos posibles (Laplace)
- Evaluación de la probabilidad de un suceso en contextos intramatemáticos y extramatemáticos.

ESTADÍSTICA

¿QUÉ ES LA ESTADÍSTICA?

La Estadística es la ciencia que trata de la recolección, organización, presentación, análisis e interpretación de datos numéricos con el fin de realizar una forma de decisión más efectiva.

La Estadística se divide en dos ramas principales: Estadística Descriptiva y Estadística Inferencial.

- ✓ **Estadística Descriptiva:** se encarga de organizar, resumir y presentar los datos mediante tablas, gráficos y cálculos, para mostrar lo que dicen los datos sin sacar conclusiones que vayan más allá de ellos.
- ✓ **Estadística Inferencial:** permite analizar una muestra de datos y sacar conclusiones o hacer predicciones sobre una población más grande.

Se propone la visualización del siguiente video. La finalidad es ofrecer otra oportunidad para comprender e integrar los conceptos desarrollados

<https://youtu.be/nFB-1Y1yMdo>

Aclaración: “En este curso trabajaremos exclusivamente con conjuntos de datos no agrupados en intervalos. Es decir, cada valor de la variable se considera de forma individual, sin necesidad de construir clases o intervalos. Por lo tanto, las fórmulas y procedimientos que se presentan a continuación (media, mediana y moda) son los correspondientes a datos sueltos. No se abordarán cálculos para datos agrupados en intervalos”

¿PARA QUÉ NOS SIRVEN LOS GRÁFICOS ESTADÍSTICOS?

Los gráficos estadísticos permiten presentar la información de forma visual, facilitando la identificación de patrones, tendencias y comparaciones que serían difíciles de detectar en una tabla de datos.

Hay diferentes tipos de gráficos, en esta oportunidad se presentan algunos de ellos con una breve descripción y un enlace de un video como soporte explicativo

Gráfico Circular:

Se utiliza para representar datos cualitativos o cuantitativos de tipo discreto.

Cada porción del círculo muestra la frecuencia relativa de una categoría, y su ángulo está en proporción a esa frecuencia.

Es accesible en lo que respecta interpretación y muy útil para comparar cómo se distribuyen los datos en una variable.

Se comparte un video al respecto

<https://www.youtube.com/watch?v=RBgtRte7r5w>

Gráfico de Barras:

Se utiliza para representar datos cualitativos o cuantitativos de tipo discreto.

Sobre el eje “x” (horizontal) se colocan los valores de la variable, y sobre el eje “y” (vertical), las frecuencias: absolutas, relativas o acumuladas.

Las barras son separadas entre sí, porque cada una representa una categoría distinta.

La altura de cada barra es proporcional a la frecuencia.

Es muy apropiado para situaciones en las que se quiere comparar cuántos hay de cada grupo.

Se comparte un video al respecto

<https://www.youtube.com/watch?v=J-IDNbXM2wE>

Pictograma:

Es una representación gráfica de datos en la que las frecuencias se expresan mediante dibujos o símbolos, donde cada imagen representa una cantidad determinada de elementos según una escala previamente establecida. Su principal finalidad es facilitar la interpretación y comunicación de la información.

Se comparte un video al respecto

<https://www.youtube.com/watch?v=4zGN3sKV8T0>

Continuamos con el desarrollo de conceptos importantes

POBLACIÓN Y MUESTRA

Al recoger datos relativos a las características de un grupo de individuos u objetos, como, por ejemplo: alturas, pesos de estudiantes de una universidad, valores normales de glucosa en sangre, etc., suele ser imposible o poco práctico observar todo el grupo, en especial si es muy grande. En vez de explorar y observar el grupo entero, llamado población o universo, se examina una pequeña parte del grupo, denominada muestra.

✓ Población

Conjunto de todos los elementos o individuos sobre los que se realiza un estudio.

Ejemplo: La población en una empresa puede estar definida por diversos aspectos que competen al desarrollo habitual, como pueden ser: La producción de tornillos en un día determinado, el personal de guardia en un turno de trabajo, las órdenes de pedido de un artículo producido, los productos defectuosos en una producción, etc.

✓ Muestra

Un subconjunto representativo de la población, seleccionado para realizar el estudio.

Ejemplo: si la población fuera la producción de tornillos (en el ejemplo anterior) en un día determinado, una muestra podría ser la cantidad de tornillos producidos durante una hora.

VARIABLES ESTADÍSTICAS

¿QUÉ SON LAS VARIABLES ESTADÍSTICAS?

Una variable estadística es una característica o propiedad que se puede observar en los elementos de una población o muestra, y que puede presentarse con diferentes valores.

Los diarios publican a menudo estadísticas acerca de determinadas características de una población. Por ejemplo: el censo nacional tiene en cuenta la edad de los individuos, las condiciones de la vivienda; existen datos sobre el salario según la profesión; la cantidad de ganado de una determinada provincia; el porcentaje de intención de voto a un determinado candidato ante una futura elección; etc.

Todas estas características constituyen variables estadísticas. Éstas tomarán diferentes valores para cada uno de los individuos de la muestra. Por eso se llaman variables. En estadística interesa saber cuántas veces se repiten los diferentes valores: de las edades, de los salarios, del ganado, etc. Existen variables cualitativas y variables cuantitativas.

✓ Tipos de Variables

Variables Cualitativas	Variables Cuantitativas	
Describen características o cualidades que no pueden ser medidas con números.	Se expresan mediante números y permiten realizar operaciones matemáticas.	
	Discreta	Continua
	Toman valores enteros que resultan de contar elementos.	Pueden tomar cualquier valor dentro de un rango, incluyendo decimales. Representa cantidades que no están limitadas a números enteros.

Ejemplos

Variables Cualitativas:

- El sexo.
- Las enfermedades.

-
- Los títulos de un profesor.
 - El estado civil.
 - La nacionalidad,

Variables Cuantitativas Discretas:

- Números de camas de un hotel
- Cantidad de obreros de una fábrica.
- Cantidad de libros en una biblioteca.
- Cantidad de hermanos.

Variables Cuantitativas Continuas:

- La estatura.
- Velocidad de un vehículo.
- El peso.
- La temperatura

TABLAS DE FRECUENCIAS

Uno de los primeros pasos en cualquier estudio estadístico es la tabulación de datos: organizar la información recolectada en una tabla que permita visualizarla de forma ordenada y clara. En esta tabla, para cada valor de la variable se registra la cantidad de veces que aparece en el conjunto de datos o la proporción que representa respecto del total. Estos valores se denominan frecuencias

Las frecuencias pueden clasificarse en los siguientes tipos:

✓ Frecuencia Absoluta

La frecuencia absoluta es la cantidad de veces que se repite un determinado valor o el número de individuos que presentan una categoría *i*. Se representa escribiendo **fi** o simplemente **f**.

✓ Frecuencia Relativa

La frecuencia relativa es el cociente entre la frecuencia absoluta de un determinado valor de variable y el número total de datos. Se representa escribiendo **fr**. Puede expresarse como un número fraccionario o una expresión decimal, y la suma de todas siempre es igual a 1. Esto se debe a que cada frecuencia relativa representa la proporción de observaciones en una categoría específica, expresada como una fracción del total. Nos indica la representatividad de cada categoría respecto del total de datos.

✓ Frecuencia Relativa Porcentual

La frecuencia relativa porcentual expresa la misma información que la frecuencia relativa, pero en una escala más intuitiva: en lugar de un valor entre 0 y 1, el resultado se presenta como un porcentaje. Se obtiene multiplicando la frecuencia relativa por 100.

Los datos y las frecuencias se pueden organizar en una tabla de frecuencias colocando los valores de la variable en la primera columna y las frecuencias en las siguientes columnas (frecuencia absoluta: f_i / frecuencia relativa: f_r / frecuencia porcentual: $f \%$)

TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS: CANTIDAD DE HIJOS

CANTIDAD DE HIJOS	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA	FRECUENCIA PORCENTUAL
1	2	0,1	10%
2	4	0,2	20%
3	6	0,3	30%
4	4	0,2	20%
5	2	0,1	10%
6	2	0,1	10%
Total =	20	1	100%

IMPORTANTE...

Cuando trabajamos con una variable estadística, podemos distinguir entre los valores posibles que esa variable puede tomar y los datos que realmente obtenemos al hacer el estudio:

Valor: Cada posible resultado en un estudio estadístico (ejemplo: los posibles resultados al preguntar la edad de los estudiantes).

Dato: Un resultado específico obtenido en el estudio (ejemplo: las respuestas al preguntar la edad, como: 15, 15, 14, 12, 18, etc.)

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

¿QUÉ SON LAS MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL?

Las medidas de tendencia central son valores numéricos que describen una distribución de datos y representan el punto central alrededor del cual tienden a concentrarse los valores. Son útiles para sintetizar y simplificar grandes cantidades de datos en una sola cifra representativa.

Las principales medidas de tendencia central son: **la media, la mediana y la moda**

1. Media (promedio):

La media aritmética es una medida de tendencia central que representa un valor típico o promedio de un conjunto de datos. Indica el centro numérico alrededor del cual tienden a agruparse los datos y se obtiene dividiendo la suma de todos los valores observados entre la cantidad total de observaciones. Se la utiliza con frecuencia para describir conjuntos de datos cuantitativos y suele denominarse simplemente promedio. Se simboliza con $\bar{x}$.

$$\bar{x} = \sum_{i=0}^n \frac{x_i \cdot f_i}{n}$$

x_i : representa cada uno de los valores observados

f_i : es la frecuencia con lo que se repite x_i

n : es el número total de observaciones o de datos (la suma de todas las frecuencias)

2. Mediana:

La mediana es una medida de tendencia central que indica el valor que divide a un conjunto de datos ordenados en dos partes iguales: la mitad de los datos es menor o igual que la mediana, y la otra mitad es mayor o igual. Se representa como Me .

A diferencia de la media, la mediana no se ve afectada por valores extremos, por lo que es una medida resistente que resulta especialmente útil cuando hay datos atípicos o distribuciones asimétricas.

Paso 1: Ordenar los datos de menor a mayor.

Paso 2: Si el número total de datos es **impar**, la mediana es el valor central.

$$Me = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$$

Si el número total de datos es **par**, la mediana es el promedio de los dos valores centrales

$$Me = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2}$$

3. Moda:

La moda es una medida de tendencia central que indica el valor que aparece con mayor frecuencia en un conjunto de datos. Es útil para identificar el valor más común o repetido, y puede aplicarse tanto a variables cuantitativas como cualitativas. Se simboliza con Mo .

La distribución de un conjunto de datos según la moda puede ser:"

- Unimodal (un valor que se repite más que los demás),
- Bimodal (dos valores que se repiten con la misma frecuencia),

- Multimodal (más de dos valores con la misma frecuencia),
- Ninguna moda (si no hay valores que se repitan).

Se comparte un video sobre las Medidas de Tendencia Central:

<https://youtu.be/0DA7Wtz1ddg?si=Vid34LvAxkgD-vM1>

PROBABILIDAD

¿QUÉ ES LA PROBABILIDAD?

Concepto de Probabilidad

El concepto de probabilidad ocupa un lugar fundamental en la ciencia. Cuando los resultados de un experimento aleatorio no pueden predecirse con exactitud, la probabilidad permite medir la posibilidad de que ocurra cada uno de los posibles sucesos

Ejemplo:

Al lanzar una moneda no es posible saber de antemano si saldrá cara o cruz. Sin embargo, si la moneda es equilibrada (o no cargada), sí podemos afirmar algo sobre su comportamiento a largo plazo: en una gran cantidad de lanzamientos, aproximadamente la mitad de las veces saldrá cara y la otra mitad cruz. Expresamos esto diciendo que la probabilidad de obtener cara es $1/2$, lo que equivale a 0,5 o al 50%.

Para definir correctamente el concepto de probabilidad debemos definir los siguientes conceptos previos:

✓ **Definición de Probabilidad (a priori)**

Cuando un experimento aleatorio tiene un espacio muestral finito y todos sus resultados posibles son equiprobables (es decir, tienen la misma probabilidad de ocurrir), la probabilidad de un suceso o evento se calcula mediante la regla de Laplace o definición clásica:

$$P(\text{suceso } A) = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número total de casos posibles}}$$

- Que esta definición sea *a priori*, significa que no es necesario realizar el experimento para calcularla, es anterior a la experiencia.
- Para aplicar esta definición es necesario que todos los resultados elementales del espacio muestral sean equiprobables, es decir, que cada uno tenga la misma posibilidad de ocurrir. Cuando esa condición no se cumple —como en el caso de un dado cargado o una ruleta con sectores de distinto tamaño— la regla de Laplace no es aplicable.
- Del concepto clásico de probabilidad surge que la probabilidad le asigna a un suceso un número entre 0 y 1.

✓ **Experimento aleatorio:**

Es aquel cuyo resultado es incierto o depende del azar; es decir que es un experimento cuyo resultado no se puede predecir y solamente se conoce una vez que ocurre.

✓ **experimento determinista:**

Su resultado es predecible con anterioridad a la realización del experimento.

✓ **Espacio muestral:**

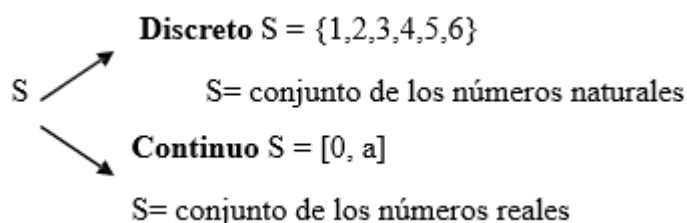
El conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio se llama *espacio muestral*

Ejemplo 1: En el experimento de arrojar un dado legal y observar el resultado, el espacio muestral es:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Ejemplo 2: Supongamos que se desea estudiar la distribución de edades de los habitantes de una ciudad. El experimento consiste en registrar la edad de una persona elegida al azar. En este caso, el espacio muestral puede definirse como el conjunto de todos los valores posibles de edad.

Un espacio muestral puede ser **discreto** o **continuo**.



✓ **Suceso:**

Cada punto del espacio muestral es un resultado posible del experimento. El término **suceso** está vinculado al concepto de **experimento aleatorio**.

Un suceso (o evento) es cualquier subconjunto del espacio muestral, es decir, un conjunto de resultados posibles del experimento. Por ejemplo, en el experimento de lanzar un dado, el suceso "**obtener un número par**" corresponde al subconjunto $A = \{2, 4, 6\}$.

En general, los sucesos los designaremos con una letra mayúscula imprenta.

✓ **Sucesos especiales**

- **Suceso seguro:** Su probabilidad es 1 (siempre ocurre).

Ejemplo: Al lanzar un dado, “obtener un número del 1 al 6”.

- **Suceso imposible:** Su probabilidad es 0 (nunca ocurre).

Ejemplo: Al lanzar un dado, “obtener el número 7”.

- **Suceso posible:** Su probabilidad de ocurrir es entre 0 y 1 ($0 < prob. < 1$)

Ejemplos: (utilizando la fórmula que veremos a continuación)

1) Moneda: Lanzamos una moneda. ¿Cuál es la probabilidad de que salga cara?

- Casos favorables = 1 (cara)
- Casos posibles = 2 (cara o cruz)
- $P(\text{cara}) = \frac{1}{2} = 0,5$

2) Dado:

Se lanza un dado. ¿Cuál es la probabilidad de que salga un número mayor que 4?

- Casos favorables = $\{5, 6\} = 2$
- Casos posibles = 6
- $P(\text{número mayor que 4}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,333 \dots$

3) Baraja española (40 cartas):

¿Cuál es la probabilidad de sacar un oro?

- Casos favorables = 10 (los 10 oros de la baraja)
- Casos posibles = 40
- $P(\text{oro}) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0,25$

BIBLIOGRAFÍA

Novembre, A. (2005). Las letras-las ecuaciones y las funciones. Ministerio de Educación de la Nación

Godino, J. (2004). Matemáticas para maestros. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada

Pisano, Juan Pablo. (2006) Logikamente: libros de matemática a medida. Tomo 1. Buenos Aires

Félix, L. (1966). Matemática moderna y enseñanza elemental (J. A. Gómez, Trad.). Aguilar.

Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. En G. Harel & J. Confrey (Eds.), The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy (pp. 23-58). Mathematical Association of America.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. Educational Studies in Mathematics, 12(2), 151-169.

<https://doi.org/10.1007/BF00305619>

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 9(1), 143-168

Batanero, C. (2021). Didáctica de la estadística con proyectos. Granada: Universidad de Granada.

Batanero, C. (2001). Didáctica de la estadística. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística.

Quintanilla, F. (2024-2026). Matemática 4, Matemática 5 o Matemática 6. Alfaomega Grupo Editor Argentino

Diseños Curriculares de Educación Secundaria (Ministerio de Educación de la Nación Argentina). Eje: "Geometría y Magnitudes".

Broitman, C., & Itzcovich, H. (2003). El estudio de las figuras y de los cuerpos geométricos. Novedades Educativas.

EJERCICIOS PRÁCTICOS

Capacidad: Resolver problemas que involucren operaciones con números racionales, proporciones, porcentajes y razones, aplicando criterios de cálculo y estimación.

Contenidos:

- Propiedades de números racionales y su representación.
- Proporciones, razones y porcentajes.
- Técnicas de cálculo y estimación.
- Modelización de situaciones y operaciones mediante números racionales.

Aprendizajes Base:

- Registro, comparación e interpretación de Números Racionales.
- Elección y justificación del uso del tipo de cálculo (mental, escrito exacto, escrito aproximado, asistido con calculadora) y de la forma de expresar los números racionales involucrados, evaluando la razonabilidad del resultado de acuerdo a la necesidad que impone el problema.

¡VAMOS A JUGAR!

Actividad N° 1: Juego “El cinco y medio”

Se arma un mazo de 36 cartas, las cuales deben llevar los siguientes números

(4 cartas para cada número): 0,25; 0,50; 0,75; 1,25; 1,50; 1,75; 2,25; 2,50; 2,75.

Reglas del juego: Se reparte una carta a cada jugador. Luego, cada uno toma del mazo -- una por una-- todas las cartas que considere necesarias para tratar de aproximarse lo más posible a 5,5. Cada jugador decidirá cuándo le conviene plantarse para no pasar de 5,5. En cada ronda se anota un punto el jugador que más se acerque.

Luego de jugar 2 rondas responde:

- ¿Quién ganó? ¿Cómo te diste cuenta?
- ¿Todos jugaron de la misma manera?
- ¿Qué estrategias utilizó cada uno para ganar?
- ¿Cuál les pareció la forma más rápida para ganar?

Después los invitamos a calcular:

a. Un alumno recibió la carta con el 0,75. Entonces fue tomando cuatro cartas y obtuvo las siguientes: 2,25 / 1,50 / 0,25 / 0,50. ¿Cuál podría ser una manera rápida de obtener el total aquí? ¿Por qué?

b. Resuelvan agrupando los números de tal manera de obtener una respuesta lo más rápida posible:

$$4,25 + 1,50 + 2,25 =$$

$$2,75 + 3,50 + 1,25 + 5,50 =$$

$$1,50 + 9,25 + 1,75 + 2,25 =$$

Luego de jugar algunas rondas, dialogamos entre todos:

¿Qué estrategias utilizaron?

¿Cuáles pueden ser más efectivas?

¿Te dabas cuenta quién aproximaba más? ¿Cómo?

Actividad N° 2:

Escribe (inventa, propone) una de cada una:

- Fracción que sea menor a uno.
- Fracción que sea mayor a uno.
- Fracción aparente.
- Igual a la unidad.

Actividad N° 3:

¿Qué valor puede tomar “a” (que sea $\neq 0$) para que:

- $\frac{5}{a}$ sea mayor que 1?
- $\frac{11}{a}$ sea menor que 1?
- $\frac{a}{4}$ sea mayor que 1?

- d. $\frac{a}{9}$ sea menor que 1?

Actividad N° 4:

Dadas las siguientes fracciones, ubicarlas en la misma recta numérica.

$$-5/9$$

$$2/5$$

$$17/10$$

Actividad N° 5:

- a. Durante la madrugada la temperatura era de $-3,5^{\circ}\text{C}$. Luego descendió $2,8^{\circ}\text{C}$ y más tarde aumentó $4,6^{\circ}\text{C}$.

¿Cuál fue la temperatura luego del descenso? Marca la opción correcta.

- i) (...) $-6,3^{\circ}\text{C}$
- ii) (...) $-1,7^{\circ}\text{C}$
- iii) (...) $6,3^{\circ}\text{C}$
- iv) (...) $-5,8^{\circ}\text{C}$

- b. ¿Cuál fue la temperatura final? Marca la opción correcta.

- i) (...) $-1,7^{\circ}\text{C}$
- ii) (...) $1,7^{\circ}\text{C}$
- iii) (...) $-10,9^{\circ}\text{C}$
- iv) (...) $0,9^{\circ}\text{C}$

Actividad N° 6:

Si tenemos que ubicar las siguientes fracciones en la recta numérica (sin necesidad de hacerlo):

- a. $\frac{8}{4}$ ¿Quedaría ubicada entre el cero y el uno? ____
- b. $-\frac{9}{5}$ ¿Quedaría ubicada a la derecha del cero? ____
- c. $\frac{1}{8}$ ¿Quedaría entre el uno y el dos? ____
- d. $\frac{8}{8}$ ¿Quedaría, justo, sobre el número uno? ____
- e. $\frac{6}{4}$ ¿Quedaría sobre el número 2? ____
- f. $\frac{12}{5}$ ¿Ocuparías más de una unidad de la recta para ubicarla? ____

Justifica cada una de las respuestas anteriores.

Actividad N° 7:

¡A seguir resolviendo cálculos y pensando!

a. ¿Cuál es el 15% de 1.500? ¿Cómo lo calcularon?

b. Se sabe que 408 es el 15% de una cantidad, ¿cuál es esa cantidad? ¿Cómo lo calculaste?

c. 46% de 220 =

d. 73% de 4.000 =

e. 68% de 1.500 =

f. 130% de 535 =

g. 178 es el 20% de

h. 90,5 es el 25% de

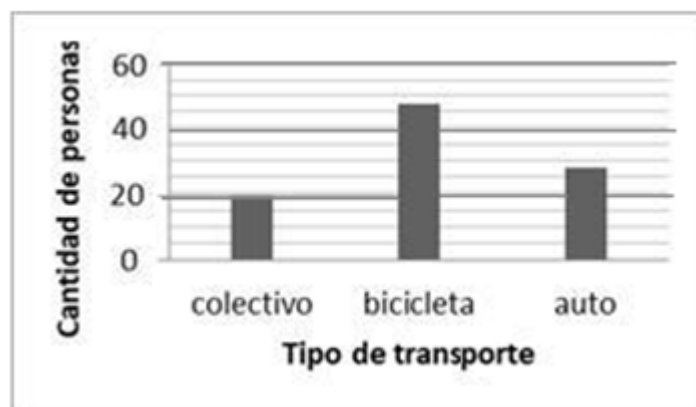
i. 249,6 es el 30% de

j. 424 es el 40% de

k. 33 es el 65% de ...

Actividad N° 8:

Se realizó una encuesta para averiguar el tipo de transporte que utilizan los estudiantes para llegar a su colegio (la encuesta se realiza en un colegio determinado del centro).



- ¿Cuántos estudiantes fueron encuestados? (aproximen la respuesta).
- Escriban como fracción la parte total que se traslada en colectivo.
- ¿Qué fracción de los encuestados se traslada en bicicleta?
- ¿Qué fracción de los encuestados no se traslada en auto?

Actividad N° 9:

En una reunión de docentes se analiza una producción de estudiantes de sexto grado. Se les había pedido ubicar distintas fracciones en la recta numérica.

Las fracciones son: $\frac{11}{15}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{7}{9}$ y $\frac{5}{8}$

Cinco estudiantes realizaron las siguientes afirmaciones:

- Estudiante A: "La mayor es $\frac{11}{15}$ porque tiene el numerador más grande."
- Estudiante B: "La mayor es $\frac{3}{4}$ porque es la única que conozco exactamente."
- Estudiante C: "Entre $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{8}$, gana $\frac{7}{8}$ porque 8 es mayor que 6."
- Estudiante D: "No hace falta hacer cuentas; todas están muy cerca de 1."
- Estudiante E: "Si comparo cuánto le falta a cada una para llegar a 1, puedo ordenarlas."

Consignas

- Determinen el orden correcto.
- Identifiquen cuáles razonamientos son válidos parcialmente, cuáles son erróneos y por qué.

Actividad N° 10:

En la escuela se colocaron 4 contenedores de reciclaje para papel.

- El lunes se llenó $\frac{3}{5}$ del primer contenedor.
- El martes se llenó 0,75 del segundo.
- El miércoles se llenó $\frac{1}{2}$ del tercero.
- El jueves se llenó el cuarto en 0,8.
- ¿Qué día se recicló mayor cantidad de papel?
- Si cada contenedor lleno equivale a 120 kg, ¿cuántos kilos se juntaron en total?

Actividad N° 11:

Cuatro amigos pidieron una pizza grande que dividieron en ocho porciones iguales. Lucas comió una porción de la pizza, mientras que Federico, Guillermo y Adrián comieron 2 porciones cada uno. ¿Qué parte de la pizza sobró?

Actividad N° 12:

En una receta se usan $\frac{3}{4}$ de litro de leche y $\frac{2}{3}$ de litro de almíbar. ¿Cuántos litros de materia líquida se utilizan en total?

Actividad N° 13:

En un mapa, 1 cm representa 25 km.

- ¿Cuántos km reales representan 8,5 cm en el mapa?
- Si la distancia real entre dos ciudades es 175 km, ¿qué longitud tendrá en el mapa?

Actividad N° 14:

¿Cuántos vasos de $\frac{1}{4}$ de litro se pueden llenar con el contenido de cada una de estas botellas?



Actividad N° 15:

Un trozo de carne pesa 2,5 kg crudo, pero después de cocinarlo se reduce en un 28% de su peso. ¿Cuánto pesa esta carne cocida?

Actividad N° 16:

El costo de preparar un menú de 3 pasos es de \$60.500. El restaurante agrega un 40% de ganancia al costo. ¿Cuánto debe cobrar al cliente?

Actividad N° 17:

Un hotel tiene 120 habitaciones y en temporada alta logra ocupar el 85% de ellas. ¿Cuántas habitaciones están ocupadas y cuántas libres?

Actividad N° 18:

¿Me ayudan a saber si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas? En caso de ser falsas escribanlas correctamente.

- a. La suma de una fracción y su opuesta es igual a cero.
- b. Todo número racional tiene su inverso multiplicativo.
- c. El inverso multiplicativo de una fracción es la misma fracción cambiada de signo y se obtiene como resultado el cero.
- d. Entre dos números racionales, siempre hay un racional.

Actividad N° 19:

Un recurso didáctico digital.

Educaplay. Ofrece divertidos juegos online para emparejar fracciones y buscar fracciones equivalentes. ¿Te animas a jugar?

<https://www.educaplay.org/games/browse?search=fracciones>

Actividad N° 20:

¡Para reflexionar...!

- a. ¿Será cierto que si se multiplica una fracción por $\frac{1}{2}$ se obtiene un resultado menor que la fracción original? Ejemplifiquen.
- b. ¿Será cierto que si se divide una fracción por $\frac{1}{2}$ se obtiene un resultado mayor que la fracción original? Ejemplifiquen.
- c. ¿Es verdad que multiplicar una fracción por $\frac{3}{4}$ es lo mismo que dividirla por $\frac{4}{3}$?

d. ¿Por qué número hay que multiplicar $\frac{2}{3}$ para obtener $\frac{3}{2}$?

Actividad N° 21:

- a. Un terreno mide 500 metros cuadrados. ¿Cuánto mide las $\frac{2}{5}$ partes del terreno?
- b. ¿Qué porcentaje representa esa fracción?

Actividad N° 22:

- a. En una tienda de ropa, una campera cuesta \$120.000.

Durante una promoción se realiza primero un descuento del 20% y luego otro descuento adicional del 10% sobre el precio ya rebajado.

¿Cuál es el precio final de la campera? Marca la opción correcta.

- i) (...) \$86.400
- ii) (...) \$84.000
- iii) (...) \$96.000
- iv) (...) \$108.000

- b. ¿Qué porcentaje total de descuento recibió la campera respecto del precio original?

Marca la opción correcta.

- i) (...) 28%
- ii) (...) 30%
- iii) (...) 26%
- iv) (...) 18%

Actividad N° 23:

Para preparar 12 porciones de una receta se necesitan 750 g de harina.

- a. ¿Cuánta harina se necesita para preparar 20 porciones? Marca la opción correcta.

- | | | | |
|------|-------|--------|---|
| i) | (...) | 1250 | g |
| ii) | (...) | 1350 | g |
| iii) | (...) | 1000 | g |
| iv) | (...) | 1450 g | |

b. Si solo se dispone de 500 g de harina, ¿cuántas porciones pueden prepararse? Marca la opción correcta.

- i) (...) 8 porciones.
- ii) (...) 6 porciones.
- iii) (...) 10 porciones.
- iv) (...) 9 porciones.

Actividad N°24:

Una pintura se prepara mezclando pintura azul y blanca en razón 2:3

Si se utilizan 12 litros de pintura blanca, ¿cuántos litros de pintura azul se necesitan?

Marca la opción correcta.

- i) (...) 8 litros.
- ii) (...) 18 litros.
- iii) (...) 10 litros.
- iv) (...) 6 litros.

Actividad N° 25:

Calcular el valor de “x” para que la siguiente expresión sea una proporción

a. $\frac{(x+3)}{4} = \frac{\sqrt{49}}{-2}$

b. $\frac{(2x-2)}{6} = \frac{-7}{3}$

Actividad N° 26:

a. Marca con una X (en el último cuadrito gris situado a la derecha de cada columna) la/s tabla/s que corresponda/n a relaciones de proporcionalidad directa

x	y		x	y		x	y		x	y	
$\frac{6}{5}$	9		$\frac{3}{2}$	3		$\frac{2}{3}$	4		2,5	5	
0,1	$\frac{3}{4}$		0,9	5		0,75	$\frac{9}{2}$		$\frac{3}{4}$	1,2	
$\frac{4}{5}$	6		1	$\frac{9}{2}$		$\frac{5}{6}$	5		0,8'	$\frac{4}{5}$	
6	45		6	$\frac{3}{4}$		1,1'	$\frac{20}{3}$		$\frac{7}{3}$	2,1	
$\frac{24}{5}$	36		$\frac{1}{2}$	9		0,1	$\frac{3}{5}$		1,2'	$\frac{6}{5}$	

- b. Las siguientes tablas corresponden a relaciones de proporcionalidad directa.
Completar las tablas.

x	y		x	y		x	y
2			2	1		9	
4			8			3	
12			4			6	
8	6		10			12	8
20			6			15	

- c. Marca con una X (en el último cuadrado gris situado a la derecha de cada columna) las tablas que correspondan a relaciones de proporcionalidad inversa

x	y		x	y		x	y		x	y	
1,8	2		$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	8		$\frac{2}{15}$	2	
$\frac{3}{5}$	0,4		0,45	$\frac{5}{6}$		0,1	40		0,15	$\frac{9}{4}$	
0,6'	$\frac{2}{5}$		0,5	$\frac{3}{4}$		$\frac{4}{3}$	3		$\frac{1}{6}$	2,5	
$\frac{1}{3}$	3,5		0,6'	$\frac{9}{16}$		0,8	50		0,2'	$\frac{10}{3}$	
1,5'	$\frac{3}{4}$		$\frac{1}{4}$	1,5		$\frac{5}{6}$	4,8		0,02	$\frac{3}{10}$	

- d. Las siguientes tablas corresponden a relaciones de proporcionalidad inversa.
Completar las tablas.

x	y		x	y		x	y
3			3	4		3	
14			6			4	6
12			4			6	
8	6		1			8	
2			2			1	

Actividad N° 27:

En un plano, 2 cm representan 5 metros reales. Completen la siguiente tabla con las distancias reales a partir de la registradas en el plano

Distancia en el plano	Distancia real
4 cm	?
10 cm	?
16 cm	?

Actividad N° 28:

Determinen si las magnitudes que se relacionan a continuación son directa o inversamente proporcionales:

- a. La distancia y el tiempo para un mismo recorrido y a una misma velocidad.

- b. La cantidad de personas en un cine y la recaudación en boletería.

Actividad N° 29:

Determine, si es posible, una proporción con cada una de los siguientes cuartetos de números.

a. 2; 4; 7 y 14

b. $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; 4 y 6

c. $\frac{10}{3}$; $\frac{5}{2}$; 8 y 6

d. $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{6}{5}$ y $\frac{5}{2}$

Actividad N° 30:

Observa la siguiente secuencia de dibujos armados con lápices y completa la tabla:

Número de cuadrados	1	2	3
Figura			
Cantidad de lápices			

- Agrega al menos dos dibujos más a la secuencia, los que tienen 4 y 5 cuadrados.
- ¿Cuáles son las cantidades que van variando? ¿Cómo varían?
- ¿Cuántos lápices habrá en el dibujo de la secuencia que tiene 30 cuadrados? ¿Cómo los calculaste?
- Explica con tus palabras la relación que existe entre las variables identificadas

Capacidad: Interpretar y producir representaciones algebraicas, gráficas y tabulares de funciones lineales y cuadráticas, reconociendo sus propiedades y comportamientos.

Contenidos:

- Concepto de función afín y de proporcionalidad directa e inversa.
- Propiedades y comportamiento gráfico y algebraico.
- Representación tabular de datos.
- Uso de herramientas tecnológicas para graficar funciones.

Aprendizajes Base:

- Interpretación de relaciones entre variables en tablas, gráficos y fórmulas para resolver problemas de diversos contextos.
- Construcción, comparación y análisis de fórmulas para expresar procedimientos, cálculos con expresiones algebraicas sencillas en problemas que las requieran.
- Aplicación de las nociones de dependencia y variabilidad como herramientas para modelizar fenómenos de cambio que representen variaciones lineales y no lineales.
- Análisis del comportamiento de funciones afines y cuadráticas desde sus representaciones en gráficos y fórmulas incluyendo interpretación de parámetros, análisis de ceros, máximos, mínimos, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, para dar sentido a los problemas que resuelven.

Puntos en el plano

Actividad N° 1:

Cada año se organiza la "*Mendoza Star Party*" (Fiesta de las Estrellas). Astrónomos aficionados y turistas se reúnen a observar el cielo nocturno aprovechando la baja contaminación lumínica de la zona. Para organizar el predio, los coordinadores diseñaron

un plano cartesiano donde el eje horizontal (X) representa los senderos de acceso (este-oeste) y el eje vertical (Y) representa las plataformas de observación (sur-norte).

La organización asigna las coordenadas de los sectores clave mediante pares ordenados de la forma:

(Sendero; Plataforma)

Al llegar, tres grupos de estudiantes de ingreso reciben las coordenadas de sus telescopios, pero surgen las siguientes situaciones:

- a. El Grupo Alfa tiene asignadas las coordenadas (3 ; 6). Al mismo tiempo, al Grupo Beta le asignaron las coordenadas (6; 3). Lucas, un estudiante del Grupo Alfa, dice: *"Da lo mismo, estamos anotados en los mismos números, así que nos vamos a ubicar en el mismo sector del predio"*. ¿Es correcto lo que afirma Lucas? Justifiquen analizando qué significa cada número para cada grupo.
- b. El Grupo Gamma tiene la ubicación (0; 5). Describan con palabras exactas dónde deben colocar su telescopio. ¿Están sobre algún sendero de acceso o sobre alguna plataforma específica?
- c. El buffet principal del evento se encuentra exactamente en el origen de coordenadas. ¿Cuáles son las coordenadas del buffet y qué significa ese punto en el plano real del terreno?
- d. Esbocen el gráfico que representa la ubicación de los telescopios.

Actividad N° 2:

Durante una salida educativa, los estudiantes de ingreso reciben un mapa antiguo con coordenadas cartesianas. El guía del parque les advierte que el mapa revela la ubicación de un antiguo puesto de guardaparques histórico, pero para descubrirlo deben ubicar los puntos estratégicos y unirlos en orden alfabético.

- a. En un par de ejes cartesianos, ubiquen y marquen los siguientes puntos que representan las balizas del camino:

$$A = (1; 1)$$

$$B = (1; 5)$$

$$C = (6; 5)$$

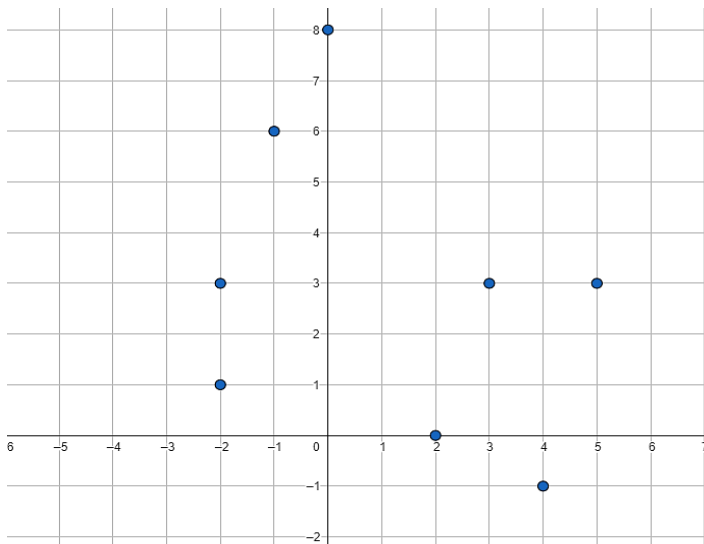
$$D = (6; 1)$$

- b. Una vez representadas las balizas (puntos) en el par de ejes cartesianos. Unir los puntos en orden alfabético y responder:
- ¿Qué figura geométrica se formó en el plano?
 - Calculen el perímetro de la figura contando las unidades del plano. ¿Cuántos metros mide el contorno del puesto si cada unidad del gráfico equivale a 10 metros en la realidad?

Actividad N° 3:

Dados los siguientes puntos en un sistema de coordenadas:

A = (-2; 3) B = (4; -1) C = (2; 0) D = (-2; 1) E = (5; 3) F = (3; 3) G = (0; 8) H = (-1; 6)

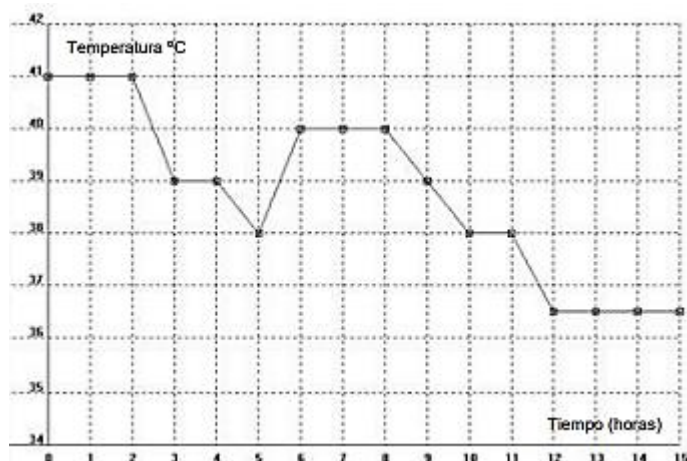


Coloca una letra mayúscula sobre cada punto representado en el gráfico, identifica las coordenadas en x e y de cada uno y expresa como par ordenado.

Interpretación de gráficos:

Actividad N° 4:

La siguiente gráfica describe la evolución de la temperatura de un paciente con el paso del tiempo.



- Al observar la gráfica. ¿Qué escalas se toman en cada uno de los ejes?
- En términos del problema, identifica cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente. ¿Qué unidades se toman en cada uno de los ejes?
- Si se considera normal una temperatura de $36,5^{\circ}\text{C}$, ¿cuántas horas estuvo enfermo el paciente?
- ¿Qué significa que la gráfica contenga al punto (5;38)?
- ¿Qué significan los tramos decrecientes?
- ¿En qué períodos su temperatura ha sido estable?
- ¿Cuándo es máxima la temperatura? ¿Cuándo es mínima?

Actividad N° 5:

EL COSTO DE LAS ENTRADAS AL CINE



Imagínate que vas al cine con tus amigos. Cada entrada cuesta \$5000. Quieres calcular cuánto dinero necesitan para comprar entradas para diferentes grupos de personas.

- Si solo va una persona, ¿cuánto costará? Si van dos personas, ¿cuánto costará? Si van tres personas, ¿cuánto costará? Si van cuatro personas, ¿cuánto costará?
- Crea una tabla que muestre el número de personas y el costo total.
- Si 'x' es el número de personas e 'y' es el costo total, ¿puedes encontrar una fórmula que relaciona 'x' con 'y'?
- Desarrolla una fórmula para calcular cuánto costaría si van 10 personas.
- ¿Qué pasaría si el costo de la entrada sube a \$7000? ¿Cómo cambiaría tu fórmula?
- Representa la información de la tabla en un sistema de ejes cartesianos.

Actividad N° 6:

Una empresa de productos lácteos fabrica quesos de todo tipo. La siguiente tabla muestra algunos datos del costo de la mozzarella según el peso.

Peso (kg)	10	20	30	40
Costo (\$)	2500	5000	7500	10000

- a. Completa las razones formadas con pares de valores de la tabla y

$$\frac{2500}{10} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{7500}{30} = \frac{\quad}{\quad}$$

Resuelve los cocientes y responde:

- b. ¿Qué información nos brindan estos cálculos?
- c. ¿Qué tipo de relación vincula estas variables?
- d. Realiza un gráfico cartesiano.
- e. ¿Qué representa la gráfica? ¿Contiene al punto (0; 0)?

Actividad N° 7:

Una locomotora de carga debe recorrer una distancia fija de **60 km** a velocidad constante. Es evidente que el tiempo que tarde en completar el recorrido dependerá exclusivamente de la velocidad con la que se desplace.



Para analizar matemáticamente esta

situación, un grupo de estudiantes organizó los datos en la siguiente tabla y debatió qué tipo de relación vincula a las variables **Velocidad (v)** y **Tiempo (t)**

- a. Completa la tabla, marca los puntos en un sistema cartesiano y traza la gráfica que resulta al unirlos.

Velocidad (km/h)	60	30	20		12
Tiempo (h)	1	2	3	4	

b. Se presentan cuatro conclusiones propuestas por diferentes estudiantes. Selecciona la opción CORRECTA y justifica analíticamente por qué se descartan las tres opciones erróneas.

i.) Es una función de proporcionalidad directa porque a medida que aumentan los valores de la velocidad de la locomotora, también aumentan de forma visible los valores del tiempo en la tabla, manteniendo una relación lineal.

ii.) Las magnitudes no tienen una relación multiplicativa constante, pero al unir los puntos marcados en el plano cartesiano (60;1), (30;2), (20;3) mediante segmentos rectos, se obtiene como gráfica una línea recta decreciente que toca ambos ejes

iii.) Es una función de proporcionalidad inversa porque el producto de los pares de valores es constante ($60 \cdot 1 = 30 \cdot 2 = 20 \cdot 3 = 60$). Esta constante ($k = 60$) representa la distancia fija a recorrer, y su gráfica correspondiente en el plano es una curva.

iv.) Es una relación inversa simplemente porque cuando una magnitud aumenta, la otra disminuye. Por lo tanto, si la velocidad se duplica, el tiempo se reduce restándole siempre la misma cantidad de horas fijas al valor anterior.

c. ¿Cuánto tardará el tren si decide marchar a una velocidad de **45 km/h**? Marca la opción correcta.

i.) $(\dots) \frac{3}{4} h$

ii.) $(\dots) \frac{4}{3} h$

iii.) $(\dots) \frac{1}{60} h$

iv.) $(\dots) \frac{6}{3} h$



¿Qué relación matemática encuentras entre la fracción de hora y los minutos reales?

Actividad N° 8:

La municipalidad decidió construir un pequeño anfiteatro de piedra al aire libre para que los guías astronómicos den charlas cómodamente. Para que todos los asistentes puedan ver el cielo sin taparse los unos a los otros, el anfiteatro se diseñó de forma escalonada hacia arriba.

La primera fila, que es la más cercana al escenario

del orador, tiene pocos asientos porque el semicírculo es cerrado. Sin embargo, a medida



que las filas se alejan hacia atrás, los círculos se hacen más grandes y van creciendo en longitud: fila a fila se va agregando siempre la misma cantidad de asientos de piedra.

Un técnico municipal mira el plano terminado y comenta: *"No hace falta que contemos los asientos de todo el proyecto uno por uno en la obra. Hay una regla matemática muy sencilla que nos permite saber cuántos asientos tiene cualquier fila con solo saber su número"*.

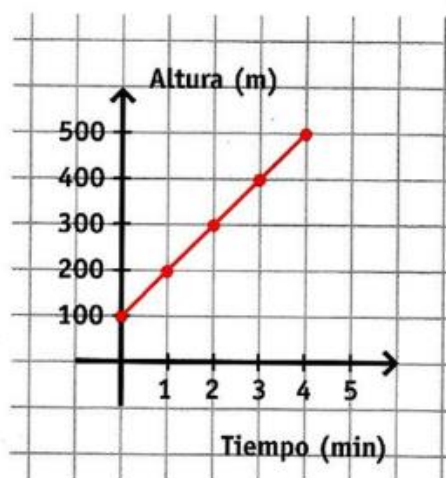
Número de Fila	1	2	3
Asientos	10	13	16

Considerando que todas las filas siguen el mismo patrón de incremento en el número de asientos, responde:

- ¿Cuántos asientos de piedra habrá en las filas 7, 8 y 10?
- ¿De qué manera cambia la cantidad de asientos de fila en fila? Explícales a tus compañeros qué relación matemática constante localizaste entre los números.
- ¿Cuántos asientos de más tiene la fila 3 respecto de la primera? ¿Y la fila 5 respecto de la primera? ¿Qué operación matemática te permite calcular esa diferencia rápidamente?
- ¿Cómo podrías usar esa diferencia constante de asientos para calcular la capacidad de cualquier fila lejana sin necesidad de completar toda la tabla paso a paso?
- Si el anfiteatro terminado tiene un total de 30 filas y necesitas encargar las almohadillas para la fila 25 , ¿cuántas almohadillas deben comprarse exactamente?
- Los estudiantes debaten cómo expresar de forma sintética la cantidad de asientos para una fila cualquiera usando la letra **F** (número de fila) Marca la opción correcta.
 - ☐ (...) $10 + 4F$
 - ☐ (...) $10 + 3 \cdot (F - 2)$
 - ☐ (...) $3F + 7$
 - ☐ (...) $10 + 3^F$

Actividad N° 9:

Un águila se lanza a volar desde la cima de un cerro. El gráfico muestra la altura alcanzada por el ave, en función del tiempo. Responder las preguntas:



- ¿Desde qué altura partió el águila?
- ¿Qué distancia recorrió en los primeros 3 minutos? ¿Y en los segundos 3 minutos?
- Su velocidad es constante; indiquen su valor en m/min.
- Escriban la fórmula que relaciona la altura alcanzada h (en metros) y el tiempo t (en minutos).
- ¿En qué momento alcanzó una altura de 215 m?

Funciones cuadráticas

Actividad N° 10:

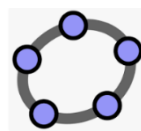
Se tiene un rectángulo cuyo perímetro es fijo y mide exactamente **4 unidades**. Si llamamos x a la longitud de la altura del rectángulo, la base quedará determinada por el perímetro restante.

Teniendo en cuenta el análisis anterior completa la siguiente tabla:

Medida del lado AB	0,25	0,5	1
Área del rectángulo ACDB			

Considerando las variables que intervienen en esta situación:

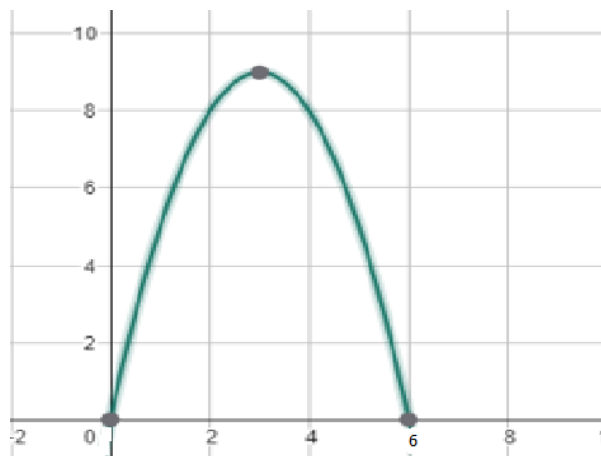
- ¿La relación entre ellas es lineal? Justifica tu respuesta.
- Representa en un eje de coordenadas cartesianas los pares ordenados que se pueden obtener a partir de la tabla elaborada
- ¿Tiene sentido considerar valores de la variable independiente menores a cero? ¿Por qué?
- ¿Qué fórmula te permitiría representar la relación entre las variables del problema? Marca la opción correcta.
 - ☐ (...) $A(x) = -x + 2x$
 - ☐ (...) $A(x) = -x^2 + 2x$
 - ☐ (...) $A(x) = 4 - 2x$
 - ☐ (...) $A(x) = 2x - x^2$



Actividad N° 11:

El siguiente gráfico representa la altura (en metros) que alcanza un objeto que se arroja hacia arriba, en forma vertical, a medida que transcurre el tiempo (en segundos), medido desde el momento en que se lo lanza.

- ¿En qué momento el objeto se encuentra a 5 metros de altura? ¿Y a 8 metros?
- ¿En qué momento el objeto alcanza la altura máxima?
- ¿Cuánto tarda el objeto en llegar al piso desde el momento que se lo lanzó hacia arriba?
- La relación entre la altura y el tiempo ¿Es función? Explica.



- A continuación, se presentan diferentes fórmulas, ¿cuál o cuáles pueden modelizar la situación anterior? Marca con una cruz la opción correcta. Justifica tu respuesta.
 - ☐ (...) $f(x) = x(-x + 6)$
 - ☐ (...) $f(x) = x + 2x + 6$
 - ☐ (...) $f(x) = -x^2 + 6$
 - ☐ (...) $f(x) = x(-x + 6)$

Puedes verificar el gráfico en el enlace

<https://www.geogebra.org/material/show/id/e7cnysru#>

Actividad N° 12:

Un arquero lanza una flecha en dirección vertical y hacia arriba, desde una posición de 2,5 m. La flecha sigue una trayectoria parabólica, cuya función tiene la siguiente expresión:



$$f(t) = -8t^2 + 8t + 2.5 \quad \text{con } t \text{ en } s \text{ (segundos)}$$

- ¿Cuánto tarda la flecha en llegar nuevamente a la altura de los 2,5 m?
- ¿Cuánto tiempo transcurre para que la flecha llegue al piso? ¿Qué aspecto de la función se asocia con esto?
- ¿Cuál es la mayor altura a la que llega la flecha?
- Representa gráficamente la función en un sistema de ejes cartesianos, ubicando:
 - El punto inicial,
 - El vértice,
 - Las intersecciones con los ejes,
 - El eje de simetría.

Actividad N° 13:

La relación entre la altura del agua y la capacidad de evacuación puede modelizarse mediante una función cuadrática. Los ingenieros de *Irrigación* miden el flujo de salida en metros cúbicos por segundo (m^3 / s).

Para un rango operativo seguro, cuando el nivel del agua (x , medido en metros por encima del borde del embudo) comienza a subir, la capacidad de evacuación adicional (E) del sistema se comporta siguiendo una trayectoria parabólica debido a la presión hidrodinámica. La relación entre el nivel del agua y la capacidad de evacuación adicional puede representarse mediante una función cuadrática:



$$E(x) = -320x^2 + 640x$$

Donde x representa la altura en metros que alcanza el nivel del agua por encima del borde del vertedero.

a. Los ingenieros de *Irrigación* necesitan realizar una simulación para determinar el valor límite de altura ($x > 0$) en el cual la capacidad de evacuación del embudo se anula por completo ($E = 0$), lo que indicaría el colapso físico del modelo por ahogamiento del sistema. Marca la opción correcta.

- i.) (...) El valor límite físico de diseño es de 1 metro de altura.
- ii.) (...) El valor límite físico de diseño es de 2 metros de altura.
- iii.) (...) El valor límite físico de diseño es de 4 metros de altura.
- iv.) (...) El valor límite físico de diseño es de 640 metros de altura.

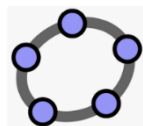


OJO!!!

El gráfico **NO** está dibujando "la silueta del embudo de hormigón". El gráfico relaciona **Altura del agua (x)** contra **Caudal de evacuación (E)**.

b. ¿Qué representa el tramo decreciente de 1 a 2 metros? Marca la opción correcta.

- i.) (...) La pérdida de capacidad del embudo a medida que se empieza a saturar de agua.
- ii.) (...) El aumento eficiente del caudal por presión.
- iii.) (...) Representa que las dimensiones del dique se volvieron negativas.
- iv.) (...) Representa que el nivel del agua está bajando de manera continua.



Actividad N° 14:

Un estudio de arquitectura está diseñando la nave central de una nueva bodega boutique en el este mendocino. El techo de la estructura principal tendrá la forma de un arco parabólico para optimizar la circulación del aire y regular la temperatura de las barricas de vino.

Para que los obreros puedan levantar las columnas de soporte y la viga central, el ingeniero civil a cargo determinó que la altura del techo en metros (y) en relación con el ancho del terreno (x) responde a los siguientes elementos clave de una función cuadrática:



- Ceros: $x_1=0$ $x_2=12$
- Vértice $V(6;9)$
- Eje de simetría $x = 6$.
- Puntos de control: Para una distancia de $x = 2$ metros, la altura es de 5 metros $P=(2;5)$ Por simetría, a los $x = 10$ metros, la altura también es de 5 metros.

a. A partir de los elementos, realiza la representación gráfica en GeoGebra.

b. Si un operario debe colocar una luminaria colgante justo a los 4 metros de distancia del inicio de la pared izquierda ($x = 4$), ¿a qué altura se encontrará la luminaria? Marca la opción correcta.

- i.) (...) 10 metros
- ii.) (...) 9 metros
- iii.) (...) 8 metros.
- iv.) (...) -3 metros

Capacidad: Resolver ecuaciones e inecuaciones lineales en contextos diversos, justificando procedimientos y resultados.

Contenidos:

- Ecuaciones e inecuaciones de primer grado y sus posibles soluciones.
- Propiedades de igualdad y desigualdad.
- Métodos algebraicos de resolución.
- Interpretación gráfica de soluciones.
- Intervalos reales.

Aprendizajes Base:

- Construcción de ecuaciones lineales con una variable para resolver problemas analizando soluciones.
- Obtención de expresiones algebraicas equivalentes acudiendo a propiedades para resolver situaciones que requieran el uso de ecuaciones de primer grado.
- Utilización de ecuaciones e inecuaciones en $\mathbb{Q}$ para generalizar y construir modelos transferibles a distintos contextos.

Ecuaciones

Actividad N° 1:

Expresa simbólicamente los siguientes enunciados

- Un número disminuido en 5.
- Un número aumentado en 3.
- El doble de un número.
- La mitad de un número.
- El consecutivo de un número.

-
- f. El anterior de un número.
 - g. Un número par.
 - h. Un número impar.
 - i. El consecutivo par de un número par.
 - j. El triple del anterior de un número.
 - k. El cuádruplo del consecutivo de un número.
 - l. El siguiente del doble de un número.
 - m. El anterior del triple de un número.

Actividad N° 2:

Plantea y resuelve el siguiente enunciado.

La suma de tres números consecutivos es igual a 126. ¿Cuáles son dichos números?

Actividad N° 3:

Plantea y resuelve el siguiente enunciado.

Dentro de 4 años, la edad de Ana será el doble de la edad que tiene ahora su hermano menor, que hoy tiene 6 años ¿Cuántos años tiene hoy Ana?

Actividad N° 4:

Plantea y resuelve el siguiente enunciado.

El perímetro de un rectángulo es de 48 m. Su ancho mide x metros y su largo es 4 metros mayor. ¿Cuánto mide cada lado?

Actividad N° 5:

Inventa una ecuación que tenga como única solución a $x=3$, otra que tenga infinitas soluciones y una tercera que no tenga solución.

Actividad N° 6:

Halla, si existen, el o los valores que verifican cada una de las siguientes ecuaciones:

- a. $|x+2| = 8$
- b. $|x|+8 = 3$
- c. $|v-2| = 3$
- d. $|10-x| = 5$
- e. $|6-2t| = 4$

f. $|3x+18|=0$

Actividad N° 7:

Resuelve las siguientes inecuaciones y expresa el conjunto solución de cada una como intervalo y gráficamente (recta numérica).

- a. $3.(x-1) + 2x < x + 1$
- b. $2 - 2.(x-3) \geq 3.(x-3)$
- c. $2.(x+3) + 3.(x+1) > 24$
- d. $3x \leq 12 - 2.(x+1)$

Actividad N° 8:

Resuelve cada inecuación y expresa el conjunto solución.

¿Cómo son los intervalos? ¿Acotados o no acotados? Justifica tu respuesta.

- a. $2 < -9 - 4x \leq 11$
- b. $2 < 2x - 4 \leq 6$

Actividad N° 9:

Plantea y resuelve la siguiente situación.

La suma entre la boleta del servicio del Gas natural y la del servicio eléctrico supera los \$85.000. El monto de la boleta del servicio eléctrico es de \$58.000 ¿Cuál es el monto del otro servicio?

Actividad N° 10:

Un ascensor de carga puede transportar como máximo 400 kg.

Ya hay una carga de 148 kg dentro del ascensor y se desean subir varias cajas iguales de 28 kg cada una.

- a. ¿Cuál de las siguientes inecuaciones representa la situación? Marca la opción correcta.
 - i) (...) $148+28x \leq 400$
 - ii) (...) $148-28x \leq 400$
 - iii) (...) $28x-148 \leq 400$
 - iv) (...) $148+400 \leq 28x$

b. ¿Qué representa la variable x ? Marca la opción correcta.

- i) (...) El peso total del ascensor.
- ii) (...) La cantidad de cajas.
- iii) (...) El peso de cada caja.
- iv) (...) El peso que falta para llegar a 400 kg.

c. ¿Cuál es la mayor cantidad de cajas que pueden cargarse sin superar el límite? Marca la opción correcta.

- i) (...) 8
- ii) (...) 9
- iii) (...) 10
- iv) (...) 11

Actividad N° 11:

Un ascensor está en el piso 3. Luego baja cierta cantidad de pisos y queda en el piso -5 .

¿Qué ecuación representa la situación? Marca la opción correcta.

- i) (...) $3 + x = -5$
- ii) (...) $3 - x = -5$
- iii) (...) $-5 - x = 3$
- iv) (...) $x - 3 = -5$

Actividad N° 12:

Para abrir una puerta digital, se debe descubrir un número. Las pistas son:

- Si al número se le resta 7, se obtiene 15.
- El número es mayor que 20.

a. ¿Qué opción cumple ambas condiciones? Marca la opción correcta.

- i) (...) 18
- ii) (...) 20
- iii) (...) 22
- iv) (...) 15

Actividad N° 13:

Un estudiante resolvió la siguiente ecuación:

$$3x - 5 = 16$$

$$3x = 16 - 5$$

$$3x = 11$$

$$x = 11/3$$

¿Qué error cometió? Marca la opción correcta.

- i) (...) Sumó incorrectamente.
- ii) (...) Debía multiplicar por 5.
- iii) (...) El -5 debía pasar sumando.
- iv) (...) El 3 debía pasar restando.

Actividad N° 14:

¿Qué significa la solución de la inecuación?

$$x > 7$$

- i) (...) Solo 7 es la solución.
- ii) (...) Todos los números menores que 7.
- iii) (...) Todos los números mayores que 7.
- iv) (...) Todos los números enteros.

Actividad N° 15:

Un cine ofrece una promoción para grupos escolares. La entrada general cuesta \$4500 y el presupuesto disponible es de \$58 000.

a. ¿Cuál de las siguientes inecuaciones permite calcular la cantidad máxima de estudiantes que pueden asistir? Marca con una x la opción correcta.

- i) (...) $4500x \leq 58000$
- ii) (...) $4500 + x \leq 58000$
- iii) (...) $58000x \leq 4500$
- iv) (...) $4500x \geq 58000$

b. ¿Cuál es la mayor cantidad posible de estudiantes?

- i) (...) 11
- ii) (...) 12
- iii) (...) 13
- iv) (...) 14

Actividad N° 16:

En un laboratorio, una sustancia debe mantenerse a menos de 5°C

La temperatura está dada por: $T(x) = 12 - 2x$, donde x representa el tiempo en minutos.

¿Qué inecuación representa la condición del problema? Marca la opción correcta.

- i) (...) $12 - 2x < 5$
- ii) (...) $12 + 2x < 5$
- iii) (...) $12 - 2x > 5$
- iv) (...) $2x - 12 < 5$

b. ¿Cuándo comienza a cumplirse la condición?

- i) (...) $x < 3,5$
- ii) (...) $x > 3,5$
- iii) (...) $x = 3,5$
- iv) (...) $x < -3,5$

c. ¿Cuál es el intervalo solución?

- i) (...) $(-\infty ; 3,5)$
 - ii) (...) $[3,5 ; +\infty)$
 - iii) (...) $(3,5 ; +\infty)$
 - iv) (...) $(-\infty ; 3,5]$
-

Capacidad: Analizar situaciones geométricas que involucren semejanza, perímetro, área y relaciones trigonométricas en triángulos rectángulos.

Contenidos:

- Condiciones y criterios de semejanza.
- Cálculo de perímetro y área.
- Aplicación del teorema de Pitágoras.
- Uso de herramientas tecnológicas para construcción y visualización de triángulos rectángulos.

Aprendizajes Base:

- Exploración de situaciones en las que hay que estimar y calcular medidas, eligiendo la unidad más conveniente.
- Análisis de perímetro y área de figuras poligonales, incluyendo la relación entre áreas de figuras semejantes y compuestas, así como el cálculo de áreas sombreadas en diferentes contextos.
- Uso de la relación pitagórica como herramienta para resolver problemas que involucren triángulos rectángulos, tanto en contextos geométricos como en situaciones prácticas.

Semejanza de

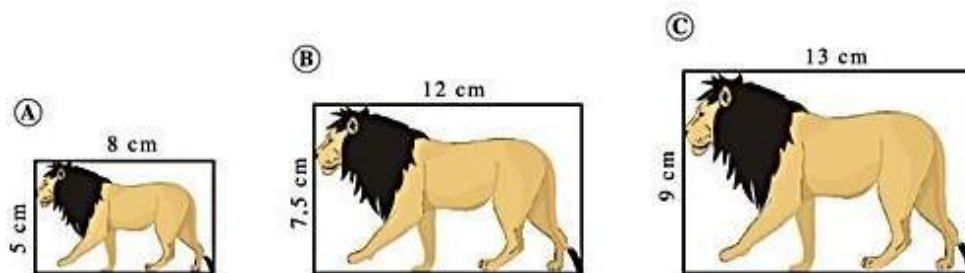
figuras Actividad N°

1:

Lee con atención, analiza, resuelve y da la respuesta en cada situación:

- a. Observa estas tres imágenes e indica si son semejantes entre sí.

Fundamenta por qué son o no son semejantes entre sí. Identifica qué características se conservan y cuáles cambian en cada figura.



- b. Un cuadrado tiene lado 5 cm. Construye un cuadrado semejante, cuya razón de semejanza respecto del original sea 0,6. Indica la medida de su lado y explica cómo la obtuviste.
- c. En un mapa escala 1: 300.000 la distancia entre dos ciudades es de 5 cm. ¿A qué distancia real se encuentran ambas ciudades?

Trabajar a escala implica comprender la relación de proporcionalidad entre las medidas de una representación y las del objeto real. La escala expresa un factor de proporcionalidad constante que preserva la semejanza geométrica, permitiendo ampliar o reducir figuras sin modificar su forma.

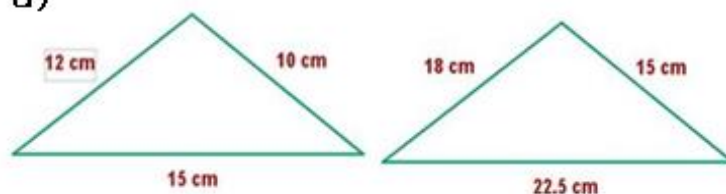
- d. Los lados de un triángulo miden 6, 8 y 12 cm. Se construye otro triángulo semejante cuyas dimensiones son 9, 12 y 18 cm. Determina la razón de semejanza y explica cómo la obtuviste.

Semejanza de triángulos

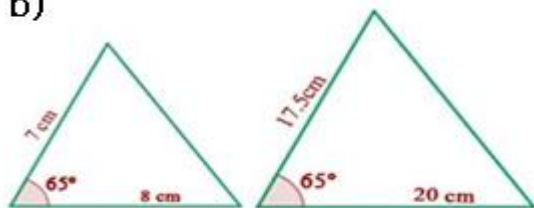
Actividad N° 2:

Determina si cada par de triángulos es semejante. En cada caso, indica qué criterio de semejanza (AA, LAL o LLL) permite justificar la respuesta o explica por qué no son semejantes. (Las imágenes son de carácter ilustrativo).

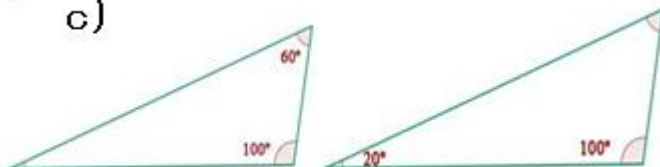
a)



b)



c)



Área y perímetros

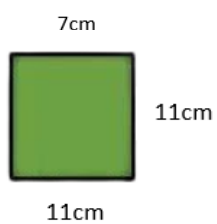
Actividad N° 3:

a. Calcula el perímetro de las siguientes figuras planas.

i.



ii.



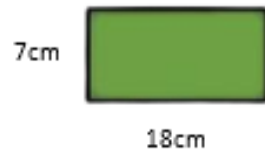
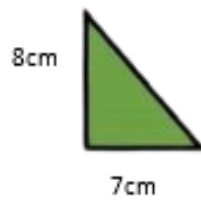
iii.



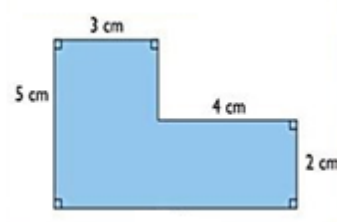
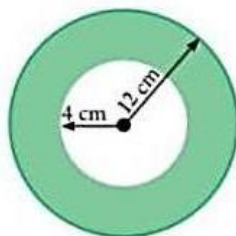
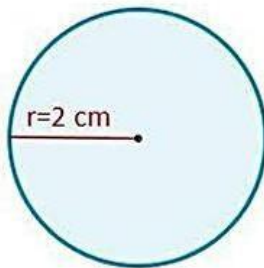
iv.

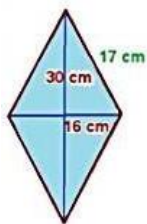


b. Calcula el área de las siguientes figuras planas.



c. Calcula el perímetro de las siguientes figuras planas y el área sólo de la región pintada.

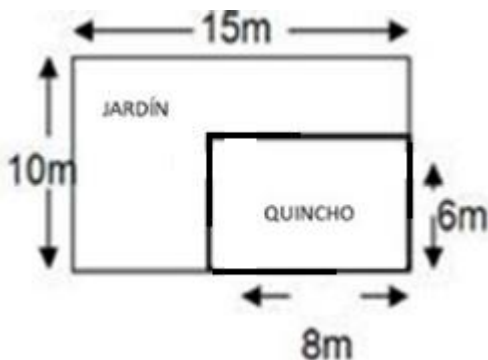




Actividad N° 4:

Julieta compró un terreno para juntarse a comer y jugar con sus amigas. Dividió el lote en dos sectores: la zona del jardín, donde tiene un parquecito, y el quincho en un rincón.

Observa el gráfico y responde:

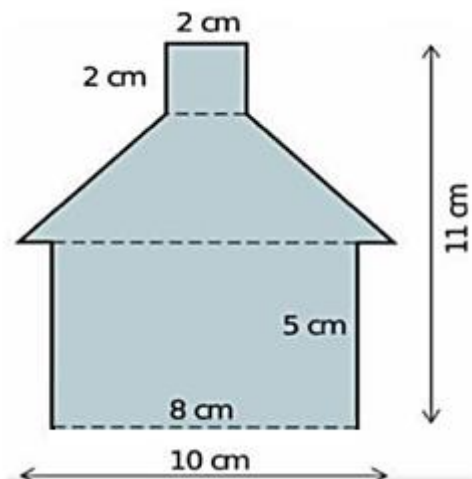


- ¿Cuántos metros lineales de pared debe construir para cerrar todo el lote?
- ¿Cuál es el área total del terreno?
- ¿Cuál es el área del jardín?
- ¿Cuántos metros cubiertos tiene el quincho?

Actividad N° 5:

Fran hizo en una hoja un bosquejo de una casita que quisiera construir. Y lo va a utilizar como molde para hacer una maqueta y mostrarla. (Cabe aclarar que las tres líneas: base del techo, base de la casa y base de la chimenea son paralelas entre sí).

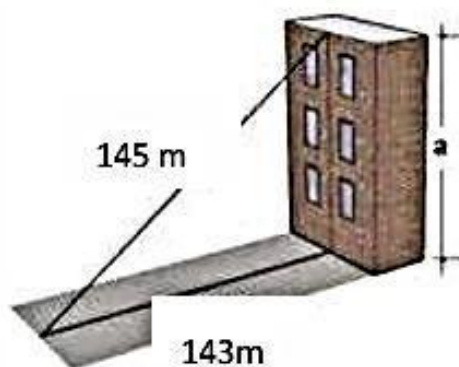
¿Cuántos centímetros cuadrados de hoja de dibujo utilizó para realizar el bosquejo?



Trigonometría: Teorema de

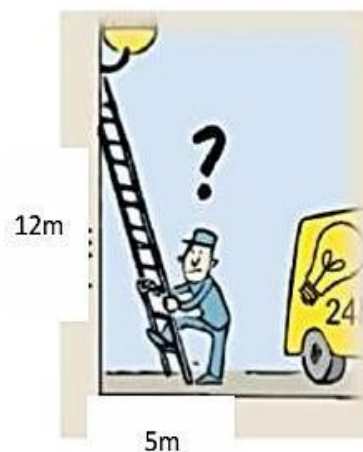
Pitágoras. Actividad N° 6:

Un edificio proyecta una sombra de 143 m sobre la vereda y desde el extremo del edificio al extremo de la sombra, se sabe que hay una longitud de 145 m. ¿Qué altura tiene el edificio?



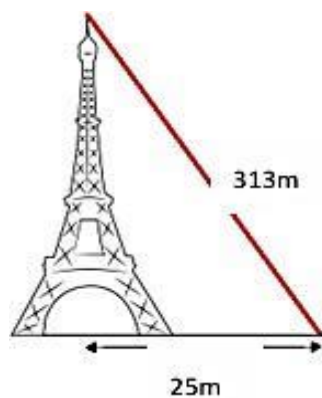
Actividad N° 7:

Juan, el electricista, debe subir a reparar una farola. Para ello quiere colocar una escalera a 5 m de la pared. Si la farola está sobre la pared a 12 m de altura. ¿Cuál debe ser la longitud mínima de la escalera para que llegue justo hasta la farola?



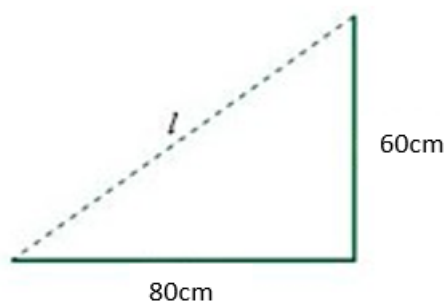
Actividad N° 8:

¿Cuánto mide de altura la torre Eiffel, si se conocen las siguientes medidas?



Actividad N° 9:

María observa en su jardín, un caracol que sale de su escondite y va a comer los brotes tiernos de un árbol. Para ello se desplaza por el suelo durante 80 cm y luego asciende 60 cm por el tronco. ¿Qué distancia en línea recta separa el punto de partida del punto final?



Construcción de triángulos:

Actividad N° 10:

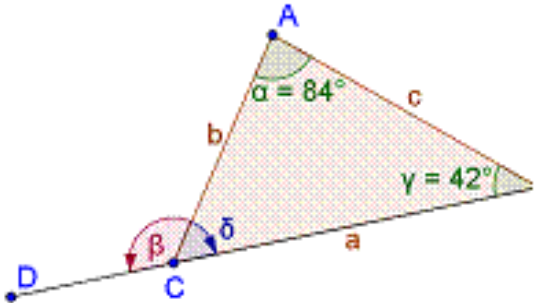
La siguiente tabla presenta diversos datos sobre los segmentos y ángulos. Analiza si cada conjunto de datos permite construir un triángulo y marca con una “X” si la construcción es posible siempre, a veces o nunca.

A partir de...	Siempre	A veces	Nunca
• Tres segmentos, uno que mide 4 cm, otro de 6cm y un tercero de 8 cm.			
• Dos ángulos rectos.			
• Tres segmentos, uno que mide 3 cm, otro de 7 cm y un tercero de 4 cm.			
• Un segmento de 20 cm, un ángulo de 90° y otro de 60° .			
• Tres lados que miden lo mismo.			
• Tres ángulos agudos.			
• Tres ángulos que miden lo mismo.			
• Tres ángulos, uno de 45° , otro de 70° y el tercero de 65° .			

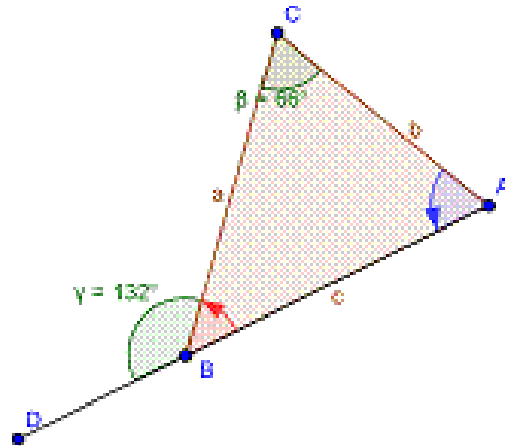
Actividad N° 11:

En las siguientes representaciones de triángulos se dan algunos datos de las amplitudes de ángulos. Utiliza las propiedades de los triángulos para calcular el valor de los ángulos señalados con color azul y rojo.

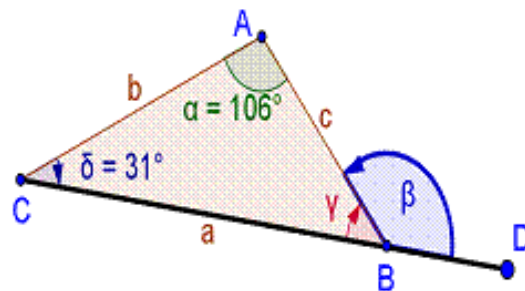
a.



b.



c.



Actividad N° 12:

Si en lugar de haberse dado como datos posibles “los lados del triángulo” y se hubiera dado “posibles ángulos interiores del triángulo”. Analiza cada conjunto de ángulos propuestos y determina si:

- no puede construirse ningún triángulo;
- puede construirse un único triángulo;
- pueden construirse infinitos triángulos semejantes.



Actividad N° 13:

A modo de síntesis, completar la siguiente tabla.

Dada una colección de datos para construir un triángulo, pueden aparecer las siguientes situaciones:		
Datos a partir de los cuales no se pueden construir ningún triángulo	Datos a partir de los cuales se puede construir un único triángulo	Datos a partir de los cuales la construcción del triángulo no es única

Capacidad: Interpretar y comunicar información estadística y probabilística mediante gráficos, medidas de tendencia central y análisis de datos en contextos reales.

Contenidos:

- Representación gráfica de datos (barras, histogramas, sectores).
- Medidas de tendencia central (media, mediana, moda).
- Conceptos y cálculos básicos de probabilidad.
- Análisis e interpretación de datos en contextos prácticos.
- Cálculo de probabilidades vía fórmulas y métodos empíricos.

Aprendizajes Base:

- Identificación de variables estadísticas e interpretación de la información presentada en tablas y gráficos.
- Interpretación del significado de las medidas de tendencia central (media, mediana y moda) para describir datos en estudio (datos simples), y representación gráfica de la información para facilitar su análisis y comunicación.
- Análisis de datos para el estudio de fenómenos y toma de decisiones teniendo en cuenta la representatividad de la muestra.
- Determinación de la probabilidad de sucesos en contextos variados como geométricos, situaciones de juego, utilizando fórmulas para el conteo de los casos favorables y los casos posibles (Laplace).
- Evaluación de la probabilidad de un suceso en contextos intramatemáticos y extramatemáticos.

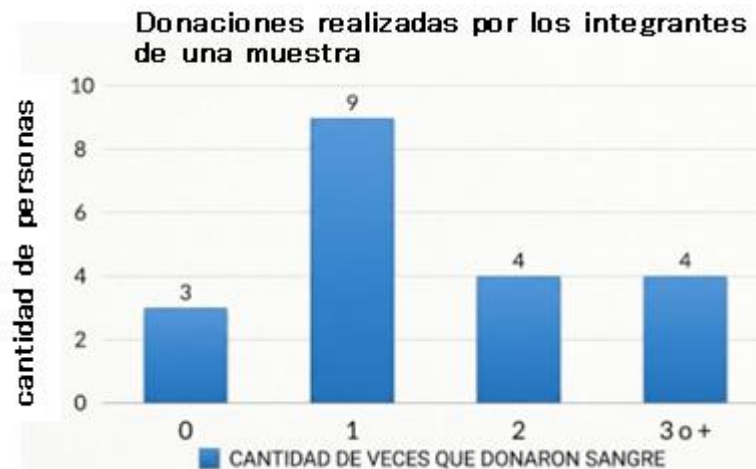
Actividad N° 1:

Se pregunta a un grupo personas cuál es su grupo sanguíneo y a otro grupo la cantidad de veces que han donado sangre. Sus respuestas fueron:

Grupo 1:



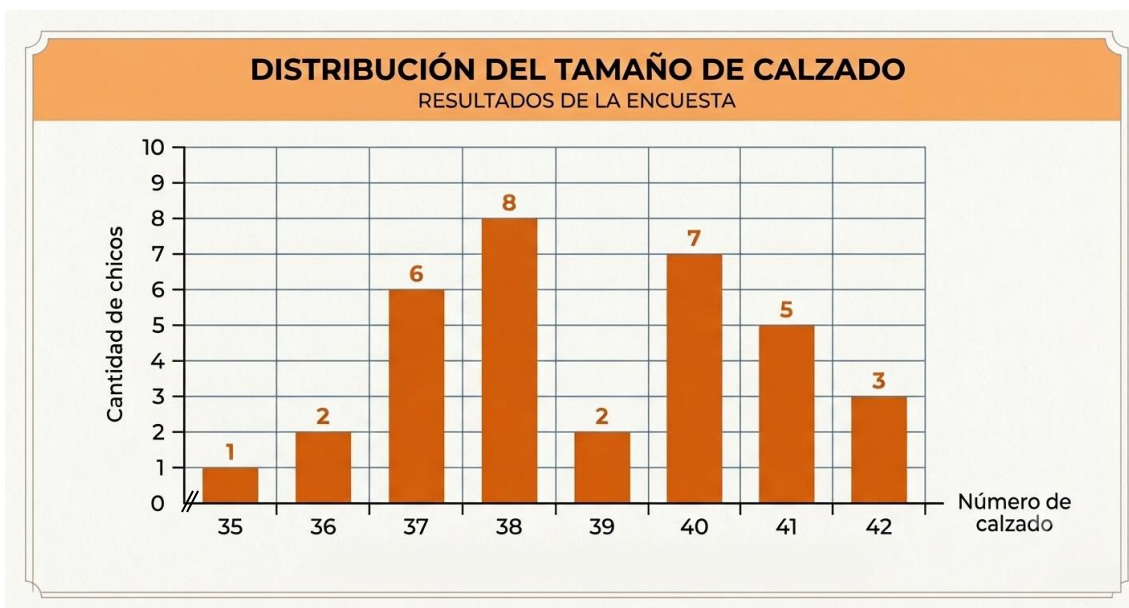
Grupo 2:



Identifica la variable estudiada en cada grupo y clasificala como cualitativa o cuantitativa.

Actividad N° 2:

Se tomaron datos del número de calzado de estudiantes de segundo año de una escuela. La información se muestra en este gráfico de barras.



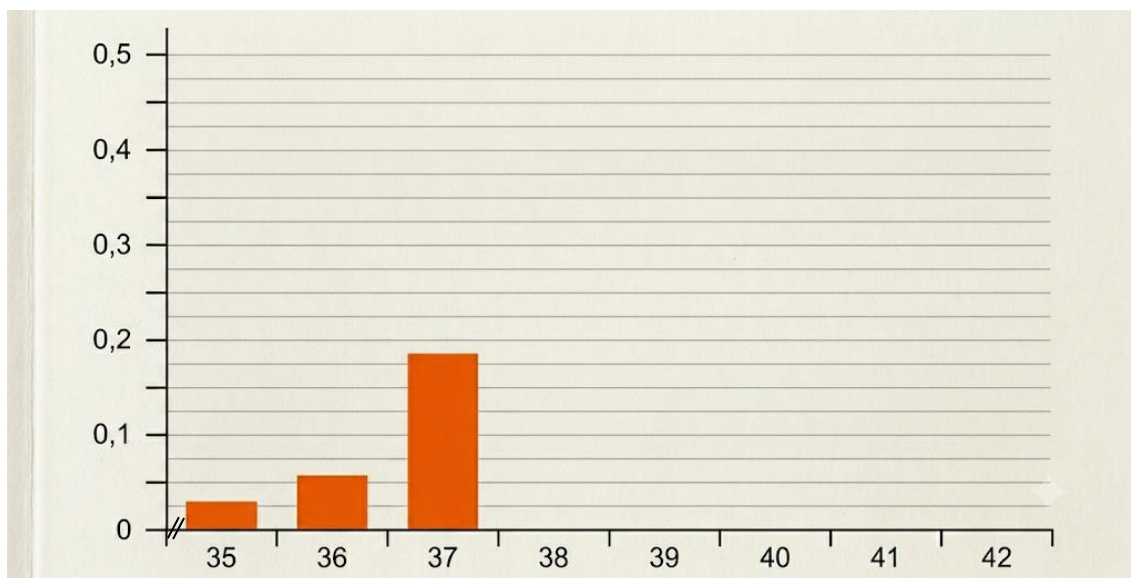
- Si se necesitara comprar calzado de repuesto para los chicos que usan los talles más extremos (los más pequeños y los más grandes), ¿cuántos pares habría que comprar en total?
- Un vendedor afirma que, si lleva calzados entre el talle 37 y el 40, podrá abastecer a más del 60% de los chicos. ¿Tiene razón? Justifica analizando los datos del gráfico.
- Si una zapatería tuviera que hacer un pedido rápido con el talle más demandado, ¿cuál elegiría y por qué? ¿Alcanzaría con pedir solo ese talle para satisfacer a la mayoría?
- ¿Es cierto que 39 es el número que calzan menos chicos?
- ¿Es correcto decir que la mitad de los chicos calza más de 38?
- ¿Qué característica de los chicos se está midiendo en esta encuesta y qué tipo de valores toma?

Actividad N° 3:

Resuelve las consignas usando el gráfico de la actividad anterior. Completa la tabla

Número de calzado	35	36	37	38	39	40	41	42
Frecuencia relativa								

- Completa el gráfico de barras de las frecuencias relativas.



- ¿Qué porcentaje del total representa el grupo de chicos que usa el talle más frecuente? (talle 38)
- Si sumamos las frecuencias relativas de los talles 38 y 40, ¿qué nos indica este valor sobre la distribución del calzado en este grupo?

Actividad N° 4:

El siguiente cuadro de datos muestra el porcentaje de residuos generados en la ciudad durante un mes:

Tipo de residuo	Porcentaje
Plástico	40%
Papel/Cartón	25%
Vidrio	15%
Metal	10%
Orgánico	10%

- Realiza un gráfico representando los datos. Analiza qué tipo de gráfico es más conveniente para estos datos
- Si en total se generaron 12.000 kg de residuos, ¿cuántos kilos corresponden a plástico y a papel/cartón?
- Analiza la distribución de los residuos. ¿Qué tipo de residuo representa la mayor proporción?

- d. ¿Qué diferencias observas con respecto a los demás tipos de residuos?
- e. A partir de la información presentada, ¿qué acciones propondrías para disminuir la cantidad de residuos plásticos? Justifica tu respuesta utilizando los datos de la tabla.

Actividad N° 5:

De un total de 20 encuestados se obtienen las notas, en el área de Matemática, del último trimestre del año 2024:

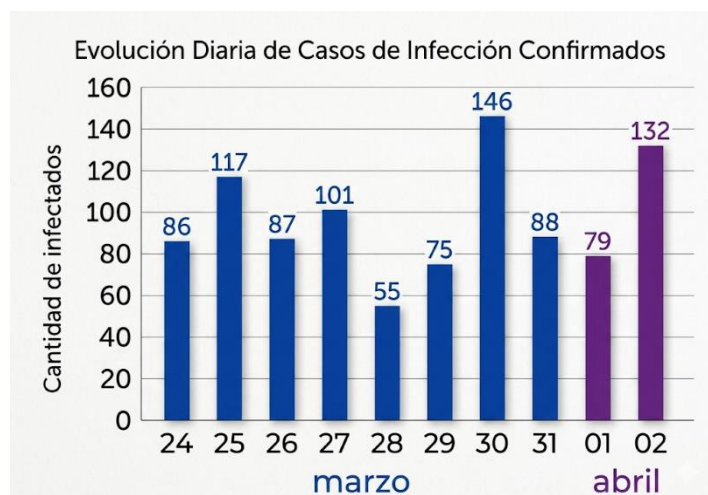
9, 2, 3, 4, 10, 4, 4, 4, 5, 7, 6, 6, 5, 7, 8, 8, 1, 9, 4, 10

A partir de ellos:

- c. Encuentra la media, moda y mediana. ¿Cómo son estos valores? ¿Son cercanos entre sí? ¿A qué crees que se debe?
- d. ¿Cuál de las tres medidas consideras que representa mejor el rendimiento general del curso? Justifica tu respuesta.
- e. ¿Qué información aporta la mediana que no aporta la media?
- b. ¿Qué porcentaje del total está aprobado?, considerando que se aprueba con 7 o más
- c. ¿Qué parte del total obtuvo como nota un valor menor a 5?

Actividad N° 6:

El gráfico de barras muestra la cantidad de casos de una enfermedad contagiosa, durante 10 días consecutivos, en una provincia. Para que no se supere la capacidad de respuesta del sistema de salud de esa provincia, se necesita que el promedio de infectados no supere los 100 por día. ¿Será cierto que en el período registrado no se superó ese promedio?



Actividad N° 7:

Se ha realizado una olimpiada de matemática entre 22 alumnos de 2° año, elegidos al azar entre los alumnos de todas las escuelas de gestión estatal de la provincia. Estos son los resultados obtenidos en sus calificaciones:

8,25 / 9,25 / 7,15 / 5,65 / 9,12 / 6,75 / 8,90 / 6,80 / 7,75 / 8,25 / 7,15 / 6,75 / 9,00 / 8,25 / 8,00 / 5,50 / 8,25 / 7,95 / 7,75 / 9,25 / 7,50 / 8,25

a. Según el contexto, ¿cuál es la población de este estudio estadístico? Marca con una cruz.

- i). (...) Los resultados numéricos obtenidos (8,25; 9,25; ...).
- ii). (...) Los 22 alumnos de 2° año que participaron en la olimpiada.
- iii). (...) Todos los alumnos de 2° año de todas las escuelas de gestión estatal de la provincia.
- iv). (...) Todos los alumnos de todas las escuelas de gestión estatal de la provincia.

b. ¿Cuál de las siguientes opciones representa la muestra para este estudio? Marcar con una cruz.

- i). (...) Los alumnos de 2° año de todas las escuelas de la provincia.
- ii). (...) Los 22 alumnos de 2° año que rindieron la prueba y cuyos resultados se registraron.
- iii). (...) La nota más alta obtenida en la olimpiada (9,25).
- iv). (...) Solamente las escuelas de gestión estatal.

c. Calcula el promedio de las notas. Si el Ministerio de Educación fija una nota promedio mínima de 7,50 para considerar que la provincia tuvo un desempeño "Sobresaliente", ¿se alcanzó el objetivo? Justifica tu respuesta.

d. Identifica la moda del conjunto. ¿Qué nos indica este valor sobre la nota más frecuente obtenida por los participantes? ¿Consideras que refleja por sí sola el nivel general del grupo?

Actividad N° 8:

En una bolsa con 200 caramelos surtidos hay 60 de frutilla, 40 de durazno, 35 de manzana, 35 de ananá, 20 de naranja y 10 de limón. Si un chico saca un caramelo de esa bolsa sin mirar, ¿dirías que es seguro, probable o imposible que sea de limón?

Actividad N° 9:

Una bolsa contiene 3 bolitas rojas, 5 bolitas azules y 4 bolitas verdes. Si se saca una bolita al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que la bolita no sea azul?

Encerrar la opción correcta:

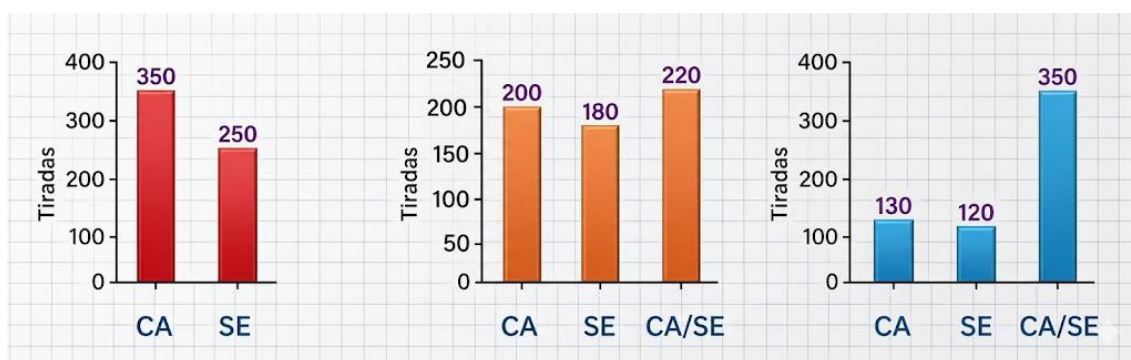
- a. $7/12$ b. $1/5$ c. $3/12$ d. $5/12$

Actividad N° 10:

Un grupo de alumnos realiza el siguiente experimento: lanzan una moneda dos veces seguidas y anotan si salen dos caras, dos secas, o una cara y una seca. Entre todos completan 600 tiradas.

- a. ¿Cuál o cuáles de estos gráficos podrían representar los resultados de ese experimento?

Opciones de respuesta:



- b. Un estudiante afirma: "Es igual de probable sacar dos caras que sacar una cara y una seca porque hay solo 3 opciones posibles". ¿Es correcta su afirmación? Basándote en el cálculo de probabilidades y en los datos del experimento (600 tiradas), explica.

Actividad N° 11:

Al tirar dos dados y sumar los valores que salen en cada uno se pueden obtener distintos resultados en algunos casos, hay varias maneras de obtener ese resultado. Por ejemplo, hay dos formas de obtener 11. En cambio, hay una sola forma de obtener 12.



- a. ¿Obtener 13 como resultado es seguro, muy probable, poco probable o imposible?
- b. ¿Será más probable que el resultado sea 2 o que sea 6?
- c. ¿Cuál es el resultado más probable?

Actividad N° 12:

En una tirada de un dado estándar de seis caras, ¿cuál es la probabilidad de que salga un número menor que 3?

Opciones de Respuesta:

- i.) (...) $1/6$
- ii.) (...) $1/2$
- iii.) (...) $1/3$
- iv.) (...) $2/3$

Actividad N° 13:

Lee atentamente el siguiente caso y responde las preguntas.

Una organización de salud provincial realizó un estudio sobre el tiempo diario de uso de pantallas (celular, computadora y televisión) en adultos jóvenes de Mendoza. Se seleccionaron al azar 20 participantes de un total de 350 registrados en el programa de bienestar digital, y se les preguntó cuántas horas por día destinan al uso de pantallas (medido en horas enteras). Los resultados se resumen en la siguiente tabla, con algunos valores faltantes:

Horas diarias	Frec. Absoluta	Frec. Relativa	Frec. Porcentual
1	1	0,05	5%
2	2	0,10	10%
3	7	0,35	35%
4	6		
5	2	0,10	10%
6	1	0,05	5%
7	1	0,05	
Total	20	1	100%

Marca con una cruz la opción correcta a excepción de la “e”

a. ¿Cuál es la población de este estudio?

- i) (...) Los 20 participantes seleccionados para la encuesta.
- ii) (...) Las cantidades de horas de uso de pantallas registradas.
- iii) (...) Los 350 adultos jóvenes registrados en el programa.
- iv) (...) Todos los adultos jóvenes de la provincia de Mendoza.

b. ¿Qué tipo de variable es "la cantidad de horas diarias de uso de pantallas"?

- i) (...) Cualitativa.
- ii) (...) Cuantitativa discreta.
- iii) (...) Cuantitativa continua.

c. ¿Cuál es la frecuencia relativa correspondiente a 4 horas de uso diario?

- i) (...) 6
- ii) (...) 0,30
- iii) (...) 0,35
- iv) (...) 0,10

d. Si se selecciona al azar a uno de los 20 participantes del estudio, ¿cuál es la probabilidad de que use pantallas más de 4 horas por día?

- i). (...) $3/10$
- ii). (...) $1/5$
- iii) (...) $1/2$
- iv) (...) $4/5$

e. Un informe provincial indica que el 30% de los jóvenes dedica 4 horas diarias a las pantallas. ¿Cómo se deduce este porcentaje a partir de la tabla y qué representa en cantidad de participantes respecto al grupo evaluado?



Oferta formativa de nivel superior de la Provincia de Mendoza



**Programa de créditos académicos y
reconocimiento de saberes**